

Séance 1 : puissances de 10 et écriture scientifique, 1^{ère} partie

I Puissances de 10

Définition : n est un entier positif,

$$10^n = 100 \dots 0 \quad (n \text{ zéros après le } 1)$$

$$10^{-n} = 0,0 \dots 01 \quad (n \text{ zéros avant le } 1 \text{ y compris celui qui se trouve avant la virgule})$$

Cas particulier : $10^0 = 1$

Propriété : n est un entier supérieur ou égal à 1, $10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10$ (avec n facteurs)

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Propriété : n et m étant des entiers relatifs :

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m} \quad \frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m} \quad (10^n)^m = 10^{n \times m}$$

Exercice 1 :

1) Ecrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance de 10 :

100000000	Dix	Cent mille	
$\frac{1}{100000}$	1 million	1	0,0001
Cent milliards	1 millième	1000	

2) Donner le résultat par une puissance de 10:

$$10^4 \times 10^3 = \dots \quad 10^{-8} \times 10^5 = \dots$$

$$\frac{1}{10^9} = \dots \quad \frac{1}{10^4} = \dots \quad \frac{1}{10} = \dots \quad \frac{1}{10^{-5}} = \dots \quad \frac{1}{10^{-2}} = \dots$$

$$\frac{10^7}{10^2} = \dots \quad \frac{10^{-8}}{10^{-3}} = \dots$$

$$(10^3)^4 = \dots \quad \frac{10^{-2}}{\frac{10^4}{10^3}} = \dots$$

3) Ecrire en nombre décimal :

$$10^{-3} = \dots \quad \frac{1}{10^{-2}} = \dots$$

$$\frac{1}{4 \times 10^3} = \dots \quad \frac{1}{8 \cdot 10^{-1}} = \dots$$

$$\frac{3 \times 10^{-2}}{2} = \dots \quad \frac{2}{5 \times 10^2} = \dots$$

II Ecriture scientifique d'un nombre

Définition : L'écriture scientifique d'un nombre décimal est son écriture sous la forme $a \times 10^n$ ou encore $a \cdot 10^n$, où n est un nombre entier relatif et a un nombre décimal tel que

$1 \leq a < 10$ si $a > 0$ ou $-10 < a \leq -1$ si $a < 0$ (un seul chiffre avant la virgule sauf 0).

Remarque : un nombre écrit en 10^0 ou 10^1 en écriture scientifique sera simplement écrit en décimal.

Intérêt : L'intérêt de l'écriture scientifique est de pouvoir comparer aisément deux nombres. Si les valeurs des puissances de 10 sont identiques, il suffit de comparer les valeurs de a . Sinon, il suffit de comparer les valeurs des puissances de 10 tout en faisant attention à leurs signes.

Exercice 2 :

1) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants puis les ordonner :

$$25\,000 = \dots \quad -0,00743 = \dots$$

$$-80\,000\,000 = \dots \quad 0,546 = \dots$$

$$0,000000254 = \dots \quad 8,24 = \dots$$

$$480\,000\,000 \times 10^{23} = \dots \quad 0,000000789 \times 10^{31} = \dots$$

$$0,00004739 \times 10^{-12} = \dots \quad 154 \times 10^{13} = \dots$$

$$4700000000 \times 10^{25} = \dots \quad 0,000000000157 \times 10^{62} = \dots$$

$$-1520000000 \times 10^{-54} = \dots \quad 6300000 \times 10^{-6} = \dots$$

$$-0,00001007 \times 10^{-51} = \dots \quad 16,2 = \dots$$

2) Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :

2.10^3 ; $0,25$; -3×10^{-1} ; $\frac{1}{4.10^{-2}}$; $0,012$; $1,5 \times 10^{-2}$; $-2,1 \times 10^{-3}$; $3,4 \times 10^{-3}$;

Exercice 3 :

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$A = \frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^4}{12 \times (10^2)^3} ; B = \frac{10^{-8} \times 0,7 \times 10^{12}}{14 \times 10^3} ; C = \frac{54 \times 10^{-1} - 83 \times 10^{-2}}{10^{-2}}$$

$$D = \frac{3.10^{-2} + 2.10^{-3}}{10^{-2}} ; E = \frac{5 \times 10^2 + 20}{10^3} ; F = \frac{2,5 \times 10^{-3} - 3 \times 10^{-4} + 2.10^{-4}}{3.10^{-2}}$$

$$G = \frac{7 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^8 - 7 \times 10^4}{7 \times 10^2}$$

$$H = 2.10^3 + 2.10^{-3}$$

$$I = 8.10^2 - 8.10^{-2}$$

Les grosses bêtises à ne pas faire à l'issue de la séance 1 sur quelques exemples :

- Dire que 10^{-7} est un nombre négatif
- Penser que $10^3 = 30$ (confusion puissance et multiplication)
- Croire que $0,678$ est une écriture scientifique car il y a un chiffre tout de suite après la virgule : c'est faux à cause du 0.

A l'issue de la séance 1 :

- Je sais définir une puissance de 10 et je fais attention au nombre 10^0 qui ne vaut pas 0
- Je fais la distinction entre puissance et multiplication
- Je connais les calculs sur les puissances de 10
- Je fais très attention à la place du signe « égal » devant plusieurs traits de fraction
- Je connais la définition d'une écriture scientifique et je connais ses deux modes d'écriture (avec le signe multiplié ou avec un point)
- Je n'oublie pas le signe « moins » quand le nombre est négatif quand je l'écris sous forme scientifique
- J'ai compris l'intérêt d'une écriture scientifique
- Je connais les priorités des quatre opérations :
 - les calculs contenus entre parenthèses (ou crochets) sont prioritaires sur les calculs situés en dehors de ces parenthèses. La barre d'une fraction ou d'une racine carrée joue le rôle d'une parenthèse ;
 - les exposants sont prioritaires sur les multiplications, divisions, additions et soustractions ;
 - les multiplications et divisions sont prioritaires sur les additions et soustractions.

A l'issue de la séance 1, pour la semaine suivante

- je refais les exercices de la séance 1 notamment ceux sur lesquels je me suis trompé ou que je n'ai pas terminés. Je ne regarde la correction qu'après et je m'auto-corrige.
- je liste sur une feuille toutes les erreurs que j'ai commises lors des exercices et pour chacune d'elles, j'explique quelle faute a été faite et ce que je dois faire la prochaine fois pour ne plus jamais la commettre.
- Je résous le problème de Fermi suivant :

En moyenne, quelle durée sépare les naissances consécutives de deux bébés sur Terre ?

Aide pour ce premier problème de Fermi (les hypothèses à formuler pour résoudre le problème) :

- la Terre est peuplée de 7 milliards d'êtres humains (à connaître)
- Une génération se renouvelle tous les 30 ans (en effet, les parents ont en moyenne 30 ans de plus que leurs enfants).