

Séance 10 : proportion, pourcentage, proportionnalité, 1^{ère} partie

I Proportion

On considère une grandeur générale G à valeurs positives (par exemple une hauteur, une vitesse, un prix...) pouvant prendre deux valeurs G_1 et G_2 pour deux cas ou objets particuliers.

A la question « de combien de fois G_2 est-elle plus grande que G_1 ? » ou « dans quelle proportion/rapport G_2 est-elle plus grande que G_1 ? », on doit répondre par un nombre appelé proportion ou rapport qui correspond au calcul du **quotient** $\frac{G_2}{G_1}$.

- Ce nombre peut être supérieur (éventuellement strictement) à 1 si G_2 est effectivement plus grand (éventuellement strictement) que G_1 , ou inférieur (éventuellement strictement) à 1 si G_2 est plus petit (éventuellement strictement) que G_1 .
- Alors que G peut avoir une unité, le quotient $\frac{G_2}{G_1}$ n'en a pas (les unités « se simplifient en haut et en bas ») mais **il est obligatoire de mettre G_1 et G_2 dans la même unité, donc de faire éventuellement une conversion, pour calculer ce rapport.**
- On peut parfois préférer garder le rapport $\frac{G_2}{G_1}$ sous la forme d'une fraction (généralement quand il est inférieur à 1).
Par exemple, si $\frac{G_2}{G_1} = \frac{1}{35}$, on dira que G_2 vaut le 35^{ème} de G_1 .
- Le calcul du rapport $\frac{G_2}{G_1}$ doit prendre en compte les règles des CS d'un quotient.

Exercice 1 : donner une expression littérale de l'inconnue et répondre à la question.

1) La statue de la Liberté de NYC mesure $h' = 93$ m de haut et la Tour Eiffel mesure $h = 301$ m de haut. De combien de fois la Tour Eiffel est-elle plus haute que la statue de la Liberté ?

2) La vitesse de la lumière dans le vide est de $c = 3.10^8$ m.s⁻¹ (mètre par seconde) tandis que le son, dans l'air, voyage à la vitesse de $v = 340$ m.s⁻¹. Dans quel rapport la lumière voyage-t-elle dans le vide plus vite que le son dans l'air ?

3) Le quartz est une roche dont la masse volumique vaut $\mu = 2,65$ kg.dm⁻³ (2,65 kg par décimètre cube) tandis que la pierre ponce a une masse volumique de $\mu' = 0,91$ kg.dm⁻³. De combien de fois la pierre ponce est-elle plus dense que le quartz ?

Lorsque la grandeur G_2 correspond à une partie constitutive de la grandeur G_1 , le rapport ou quotient $\frac{G_2}{G_1}$ se nomme habituellement « taux » de G_2 par rapport à G_1 ou dans G_1 . On emploie aussi souvent le terme « teneur » (par exemple la teneur en sucre d'un jus de fruits qui est le rapport de la masse de sucre par la masse du jus, le sucre étant bien un constituant du jus).

Exercice 2 : donner une expression littérale de l'inconnue et répondre à la question.

1) Dans 2,00 g d' « or rose » (alliage utilisé en bijouterie), on rencontre 1,5 g d'or, 0,18 g d'argent et le reste de cuivre. Déterminer le taux massique d'or, d'argent et de cuivre dans l' « or rose ».

2) Une boîte de sucre en morceaux a une masse de 150 dag. Chaque morceau a une masse de 6,0 g. Quel est le taux massique d'un morceau de sucre par rapport à la boîte entière ? Quelle est le nombre de morceaux dans la boîte ?

3) En 2005, sur les $N = 6,51$ milliards d'individus, il y avait $N' = 66$ millions de personnes âgées de 80 ans et plus. Parmi ces personnes âgées de 80 ans et plus, un taux de $t = 0,10$ dépassait les 90 ans et $N'' = 33$ mille avaient franchi le cap des 100 ans.

- a) Déterminer le nombre de personnes dépassant les 90 ans.
- b) Déterminer le taux de personnes dépassant les 100 ans par rapport à la population mondiale totale.
- c) Déterminer le taux de personnes entre 90 et 100 ans par rapport aux personnes de plus de 80 ans.
- d) Déterminer le taux des centenaires parmi les plus de 90 ans.

II Pourcentage

1) Proportion et pourcentage

Le taux (ou proportion ou teneur) précédemment introduit, est souvent rapporté à une référence de 100 (et non de 1). Il suffit donc de le multiplier par 100 pour trouver le pourcentage correspondant. Par exemple, si on trouve un taux de 0,098 de chômeurs dans un pays, cela correspond à un pourcentage de $0,098 \times 100 = 9,8$ %.

Il faut savoir exprimer rapidement en français la signification d'un pourcentage. Un taux de 9,8% de chômeurs signifie qu'en prenant 100 personnes actives prises au hasard (personnes en âge de travailler et qui travaille ou qui désire travailler), 9,8 en moyenne n'ont pas de travail ; ou, ce qui est plus parlant pour éviter de « découper » des individus, sur 1000 personnes actives, 98 sont en recherche de travail.

Exercice 3

Reprendre l'ensemble de l'exercice 2 et mettre les taux calculés sous forme de pourcentage puis donner leur signification en une phrase simple mais précise.

Exercice 4 :

En l'an 2000, l'UNESCO annonçait 880 millions d'analphabètes pour 6 milliards de terriens. Calculer, à 0.1% près, le pourcentage d'analphabètes sur Terre en l'an 2000.

Les grosses bêtises à ne pas faire à l'issue de la séance 10 sur quelques exemples :

- Faire une soustraction au lieu d'un quotient pour calculer une proportion
- Poser le quotient à l'envers : la référence est toujours au dénominateur
- Quand on dit « de combien de fois... est plus... », penser qu'on trouve un nb + grand que 1 ; c'est parfois faux, on peut trouver un nombre plus petit que 1 si le comparé est moins grand...
- Oublier de mettre dans la même unité. Par exemple une maison mesure 20 m et une fourmi 5 mm et pourtant la maison n'est pas 4 fois plus grande que la fourmi ($20/5 = 4...$) mais 4000 fois plus grande ($20000/5 = 4000$)
- Etre bloqué quand il s'agit de calculer un pourcentage pour une proportion : il suffit uniquement de multiplier le taux par 100.
- Ne pas avoir compris qu'un pourcentage sous-entend prendre comme valeur pour la référence la valeur 100.
- Ne pas savoir traduire facilement en français un pourcentage.

A l'issue de la séance 10 :

- Je connais tous les points des séances précédentes
- Je sais calculer une proportion et un taux dans le bon ordre : qui est la référence ? (la trouver et la mettre au dénominateur)
- Suivant que le résultat est plus faible ou plus grand que 1, j'en déduis la bonne conclusion.
- Je sais que je dois penser à convertir dans la même unité (au choix) pour calculer la proportion de deux grandeurs.
- Je sais qu'un pourcentage revient à prendre une référence de valeur 100.
- Je sais traduire un pourcentage en français en prenant un exemple simple.
- Je fais toujours attention aux CS du quotient.

A l'issue de la séance 10, pour la semaine suivante

- Je refais l'interrogation rendue en cours de semaine
- je (re)fais les exercices des séances notamment ceux sur lesquels je me suis trompé ou que je n'ai pas terminés. Je ne regarde la correction qu'après et je m'auto-corrige, séance 10 comprise.
- Je continue de lister sur une feuille toutes les erreurs que j'ai commises lors des exercices ou interrogations et pour chacune d'elles, j'explique quelle faute a été faite et ce que je dois faire la prochaine fois pour ne plus jamais la commettre.
- Je lis la séance 11 en entier en surlignant les mots importants et les formules et en les comprenant.
- Je commence à faire les exercices de la séance 11 à mon rythme.
- Je joins le professeur par mail en cas e problème avant la fin du we.

Nouveau ! Pour les 2de7 : RV sur www.fiskim.com pour retrouver les documents distribués dans l'année.