

Séance 11 : proportion, pourcentage, proportionnalité, 2^{ème} partie

2) Cas de l'évolution d'une grandeur

Lorsqu'on a une grandeur qui augmente ou qui diminue selon une certaine proportion, on a les définitions et propriétés immédiates suivantes :

1) Prendre r% d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{r}{100}$

2) Prendre r% d'une quantité, puis prendre s% du résultat, c'est multiplier la quantité initiale par $\frac{r}{100} \times \frac{s}{100}$

3) t désigne un nombre strictement positif. On considère une grandeur qui vaut x_0 initialement.

- Augmenter une grandeur de p % correspond à calculer la nouvelle valeur x_1 de cette grandeur en sommant l'ancienne valeur x_0 de cette grandeur à laquelle on rajoute l'augmentation $x_0 \times \frac{p}{100}$, donc cela revient à multiplier cette grandeur par $(1 + \frac{p}{100})$:

$$x_1 = x_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

- Le nombre $(1 + \frac{p}{100})$ s'appelle un coefficient multiplicatif. $(1 + \frac{p}{100}) = \frac{x_1}{x_0} = \frac{\text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}}$

- On peut avoir $t > 100$

- Diminuer une grandeur de t % revient, de la même façon, à la multiplier par $(1 - \frac{p}{100})$

$$x_1 = x_0 \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

- Le nombre $(1 - \frac{p}{100})$ s'appelle un coefficient multiplicatif. $(1 - \frac{p}{100}) = \frac{x_1}{x_0} = \frac{\text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}}$

- On a toujours $t \leq 100$ dans ce cas.

- Lorsqu'une grandeur positive augmente et passe de la valeur x_0 ($x_0 > 0$) à la valeur finale x_1 , le pourcentage d'augmentation p est donné par la formule (x_0 est toujours la référence) :

$$\frac{p}{100} = \frac{x_1 - x_0}{x_0} = \frac{\text{augmentation}}{\text{valeur initiale}}$$

- Lorsqu'une grandeur positive diminue et passe de la valeur x_0 ($x_0 > 0$) à la valeur finale x_1 , le pourcentage de baisse p est donné par la formule (x_0 est toujours la référence) :

$$\frac{p}{100} = \frac{x_0 - x_1}{x_0} = \frac{\text{diminution}}{\text{valeur initiale}}$$

- Dans les deux cas, p est aussi appelé pourcentage de variation ou pourcentage d'évolution et $t = \frac{p}{100}$ est appelé taux d'évolution (les deux termes sont importants) de la grandeur considérée. Attention, c'est, dans ce cas, le rapport de l'**augmentation** (ou la **diminution**) par la valeur initiale. Il ne faut pas le confondre avec le coefficient multiplicatif qui lui est le rapport de la valeur finale par la valeur initiale de la grandeur.

- *Pourcentages d'évolution successifs*

Appliquer deux pourcentages d'évolution successifs à une grandeur A, revient à multiplier successivement A par les deux coefficients multiplicatifs correspondants.

Exercice 5 :

Un article hors taxes (HT) coûte 50€. Sachant qu'il y a 16% de taxes, déterminer le prix Toutes Taxes Comprises (TTC) de cet article.

Exercice 6 :

Après une hausse de 20%, un article coûte 96€. Quel était son prix avant augmentation ?

Exercice 7 :

L'action d'une grande banque a baissé de 15% il y a deux jours, puis a repris 15% hier. Est-elle revenue à son prix initial (avant baisse) ?

Exercice 8 :

Commenter cette annonce d'un journaliste :

« Une nouvelle hausse de 15% sur le tabac interviendra le premier Septembre, et, ajoutée à la hausse de 10% survenue le premier mars, aura augmenté d'un quart le prix du paquet de cigarettes sur l'année ».

Exercice 9 :

- 1) Un article coûte 150€. Il subit une hausse de 4% suivie d'une hausse de 5%. Quel est son nouveau prix après les deux hausses successives ?
- 2) Après deux baisses successives de 5% et de 6%, le prix d'un produit est de 800€. Quel était son prix initial ?

Exercice 10 :

Le cours d'une action a baissé de 2% entre 9h et 11h alors qu'il avait augmenté de 3% entre 9h et 10h. Calculer le pourcentage d'évolution du cours de l'action entre 10h et 11h.

Exercice 11 :

Quelles sont les actions conduisant au même effet, concernant un prix initial donné :

- augmenter de 5% puis diminuer de 10%
- baisser de 5%
- diminuer de 5% puis augmenter de 10%
- diminuer de 10% puis augmenter de 5%

Les grosses bêtises à ne pas faire à l'issue de la séance 11 sur quelques exemples :

- Multiplier par $P/100$ une grandeur pour trouver sa valeur finale quand cela ne correspond qu'à l'augmentation. Il faut multiplier par $(1+P/100)$
- Idem pour la diminution
- Oublier que pour deux augmentations successives, on fait le produit en utilisant les deux coefficients multiplicatifs.
- Confondre le taux d'évolution et le coefficient multiplicatif
- Mal connaître les termes « pourcentage de variation », « pourcentage d'évolution » et « taux d'évolution ».
- Ne pas voir immédiatement que $(1-3/100) = 0,97$ ou que $(1+120/100) = 2,2...$ et vice-et-versa.
- Ne pas trouver immédiatement x quand par exemple $(1-x/100) = 0,67$ ($x = 33$ car $x/100 = 1-0,67=0,33$)

A l'issue de la séance 11 :

- Je connais tous les points des séances précédentes
- Je sais prendre $r\%$ d'une quantité
- Je sais prendre $r\%$ puis $s\%$ d'une quantité
- Je sais calculer la nouvelle valeur connaissant l'ancienne et le pourcentage d'augmentation ou de diminution (ou le coefficient multiplicatif correspondant)
- **Vice et versa** : connaissant les valeurs initiales et finales, je suis capable de retrouver les pourcentages d'augmentation ou de diminution et/ou les coefficients multiplicatifs associés. Bien s'entraîner.
- Je fais la différence entre valeur initiale, valeur finale, augmentation, diminution qui ont généralement des unités ; et coefficient multiplicatif, taux d'évolution, pourcentage de variation (d'augmentation ou de diminution) qui n'ont pas d'unité. Je fais la différence entre tous ces termes.
- Je sais appliquer ou utiliser les coefficients multiplicatifs « en cascade » quand il y a des diminutions ou des augmentations successives.
- Je sais faire des calculs mentaux rapides comme $(1-3/100) = 0,97$ ou $(1+120/100) = 2,2$
- Ou trouver x quand $(1-x/100) = 0,67$ ($x = 33$)

A l'issue de la séance 11, pour la semaine suivante

- je (re) fais les exercices des séances notamment ceux sur lesquels je me suis trompé ou que je n'ai pas terminés. Je ne regarde la correction qu'après et je m'auto-corrige, séance 11 comprise.
- Je continue de lister sur une feuille toutes les erreurs que j'ai commises lors des exercices ou interrogations et pour chacune d'elles, j'explique quelle faute a été faite et ce que je dois faire la prochaine fois pour ne plus jamais la commettre.
- Je commence la séance 12 à mon rythme.
- Je joins le professeur par mail en cas de problème avant la fin du we.