

Exercice de spécialité : les alliages de l'or

Il est conseillé de consacrer 1h à cet exercice. Les calculs littéraux sont conséquents, c'est l'occasion de s'entraîner.

L'or a toujours été un métal considéré comme précieux d'où les termes « vendre à prix d'or ». On peut substituer des atomes d'or par d'autres atomes d'un autre métal comme le cuivre ou l'argent afin d'obtenir un alliage avec des propriétés mécaniques et esthétiques différentes souhaitées. Cette substitution, si elle est habile, peut aussi permettre au vendeur de vendre à un prix d'or pur de l'or qui ne le serait pas (l'argent et le cuivre étant nettement moins chers). Le but de cet exercice est de montrer que connaissant la masse volumique de l'alliage d'or et d'argent, on peut retrouver la pureté en or de cet alliage. La photographie ci-contre illustre la pesée de l'or par les marchands et acheteurs d'autrefois dans une trébuchet.



Document 1 : de l'or à 18 ou 24 carats ?

Le système « carat » a été inventé au XIV^{ème} siècle, en Angleterre, pour faciliter l'usage de l'or dans le commerce. Le carat est une mesure de pureté : de l'or 24 carats est de l'or pur. Un alliage d'or est dit à N carats si une masse $m = 24$ g de cet alliage contient une masse d'or égale à N grammes. Par exemple, la dénomination « or 18 carats » signifie que, dans 24 g d'alliage, il y a 18 g d'or pur soit un taux massique de 75% en or.

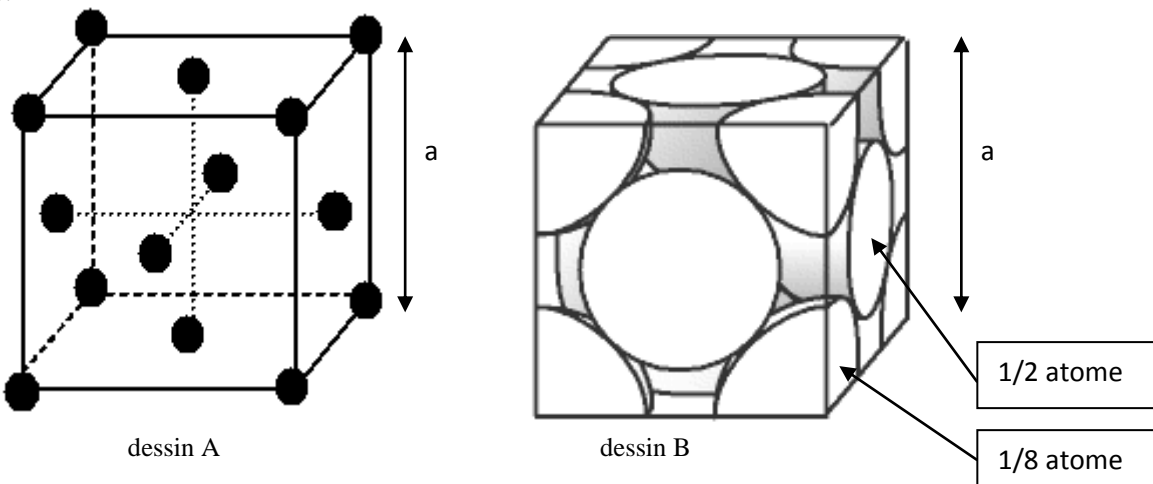
L'or pur est un métal très tendre, l'ajout d'autres métaux permet de le rendre plus rigide. L'argent et le cuivre sont les deux métaux le plus souvent associés à l'or. Selon les proportions respectives de ces trois métaux, l'alliage a un nom populaire et une couleur différente :

Nom et couleur	Pourcentage en masse		
	% d'or Au	% d'argent Ag	% de cuivre Cu
Or blanc	50	50	-
Or jaune	75	12,5	12,5
Or rose	75	9	16
Or rouge	75	5	20

Document 2 : l'or, l'argent et le cuivre au niveau microscopique

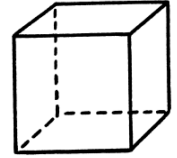
L'or, l'argent et le cuivre, à l'état métallique solide, cristallisent tous les trois dans une structure cubique à face centrée (CFC), c'est-à-dire qu'à chaque sommet d'un petit volume microscopique cubique appelé maille du cristal et au centre de chacune des faces de ce même cube se trouve un atome de métal (voir dessin A où les atomes ne sont pas représentés en taille réelle dans la maille mais de façon éclatée). Chaque cube d'arête « a » contient 6 fois un 1/2 atome et 8 fois un 1/8 d'atome soit 4 atomes de métal en tout, *les atomes étant en contact sur la diagonale des faces du cube* (voir dessin B où les atomes sont représentés en taille réelle dans la maille).

Lors du passage de l'or pur aux alliages, certains atomes d'or du métal sont remplacés par des atomes d'argent ou de cuivre.



Document 3 : un peu de géométrie du cube

Un cube est composé de six faces qui sont des carrés superposables, et de 8 sommets. Si l'arrête du cube vaut a , la diagonale de chaque face vaut $a \times \sqrt{2}$ et la grande diagonale du cube (reliant deux sommets symétriques par rapport au centre du cube) mesure $a \times \sqrt{3}$. Le volume du cube vaut a^3 et la surface d'une face vaut a^2 .



Document 4 : masse volumique, fraction molaire, fraction massique

La masse volumique $\rho(E)$ d'une substance E comme un métal pur ou un alliage de métaux est égale au quotient de la masse $m(E)$ d'un échantillon de cette substance par le volume $V(E)$ de cet échantillon : $\rho(E) = \frac{m(E)}{V(E)}$.

Pour un alliage formé uniquement de deux métaux A et B :

- La fraction molaire $x(A)$ en A vaut par définition $x(A) = \frac{n(A)}{n(A)+n(B)}$
- La fraction massique ou *taux massique* $y(A)$ en A vaut par définition $y(A) = \frac{m(A)}{m_{tot}} = \frac{m(A)}{m(A)+m(B)}$
- Connaissant $x(A)$, on peut en déduire $y(A)$ par la formule $y(A) = \frac{x(A) \times M(A)}{x(A) \times M(A) + (1-x(A)) \times M(B)}$

où $n(A)$, $m(A)$, $M(A)$ et $n(B)$, $m(B)$, $M(B)$ sont respectivement les quantités, les masses et les masses molaires de A et B.

Document 5 : données physicochimiques

Rayon métallique des atomes d'or et d'argent :

$$R = R(\text{Au}) = R(\text{Ag}) = 144 \text{ pm}$$

Masses molaires

$$M(\text{Au}) = 197 \text{ g.mol}^{-1}; \quad M(\text{Ag}) = 108 \text{ g.mol}^{-1};$$

Constante d'Avogadro (nombre d'entités dans une mole) :

$$\mathcal{N}_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

Questions préliminaires :

- Montrer que le volume d'une maille d'or ou d'argent ou d'alliage d'or et d'argent en fonction du rayon métallique atomique d'or ou d'argent noté R vaut $16\sqrt{2}R^3$.
- En utilisant comme échantillon une maille du métal ou de l'alliage, déterminer la masse volumique d'un bijou en or pur en kg.m^{-3} . Rappeler sa pureté en carat.

Résolution de problème

Un objet en alliage or et argent a une masse volumique égale à $\rho(\text{alliage}) = 13720 \text{ kg.m}^{-3}$ ($=13,720 \text{ g.cm}^{-3}$). Déterminer sa pureté en or, exprimée en carats. Commenter.

Coups de pouce :

- pour un tel alliage de fraction molaire $x(\text{Au})$ en or, dans une maille, en moyenne, sur les 4 atomes, on remarquera et on utilisera le fait qu'on en trouve que $x(\text{Au}) \times 4$ en or, et le reste (soit ??) en argent.
- On exprimera d'abord $\rho(\text{alliage})$ en fonction de $x(\text{Au})$ et des données pour en déduire, inversement, $x(\text{Au})$ en fonction de $\rho(\text{alliage})$ et des données. On pourra alors calculer numériquement $x(\text{Au})$ de façon intermédiaire pour éviter d'alourdir les expressions littérales.
- Puis on continuera d'élaborer un raisonnement pour répondre au problème posé.