

Séance 1 : Calculs fractionnaires, factorisations, développements

I. Fractions

Un nombre est rationnel si et seulement si il admet une écriture de la forme $\frac{a}{b}$ où a est un entier relatif et b un entier relatif non nul, $\frac{a}{b}$ est une écriture fractionnaire de ce nombre rationnel. On note \mathbb{Q} l'ensemble des nombres rationnels.

1. Égalité :

Soient a, b, c et d quatre entiers relatifs tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $ad = bc$

c'est à dire : si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $ad = bc$ et si $ad = bc$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

2. Simplification :

Soient a, b et k trois entiers relatifs tels que $b \neq 0$ et $k \neq 0$, $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$

Pour simplifier une fraction on divise le numérateur et le dénominateur par un entier relatif non nul.

Exemple : $\frac{72}{27} = \frac{9 \times 8}{9 \times 3} = \frac{8}{3}$.

3. Addition et soustraction :

Soient a, b et c trois entiers relatifs tels que $c \neq 0$, $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.

Pour additionner ou soustraire deux fractions ayant même dénominateur, on additionne ou soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur commun

Exemple : $\frac{7}{4} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Lorsque les dénominateurs sont différents on réduit au même dénominateur.

Exemple : $\frac{5}{3} - \frac{1}{2} = \frac{10}{6} - \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$.

4. Multiplication et division :

Soient a, b, c et d quatre entiers relatifs tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$, $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemple : $\frac{26}{5} \times \frac{10}{13} = \frac{26 \times 10}{5 \times 13} = \frac{2 \times 13 \times 5 \times 2}{5 \times 13} = 4$

Remarque importante : $a \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{d}$ Exemple : $8 \times \frac{3}{2} = \frac{8 \times 3}{2} (= 4 \times 3 = 12)$

Pour diviser par un nombre rationnel non nul on multiplie par son inverse. Soient a, b, c et d quatre

entiers relatifs tels que $b \neq 0, c \neq 0$ et $d \neq 0$ $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

Exemple : $\frac{5}{\frac{7}{3}} = \frac{5}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{21}$

Cas particulier : pour diviser par l'entier relatif non nul b , on multiplie par $\frac{1}{b}$. Exemple : $\frac{3}{7} \div 2 = \frac{3}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{14}$.

Il faut faire très attention à l'écriture : $\frac{5}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{3 \times 2} = \frac{5}{6}$ et $\frac{5}{\frac{3}{2}} = \frac{5 \times 2}{3} = \frac{10}{3}$.

5. Fraction irréductible :

Soit a un entier relatif et soit b un entier naturel tel que $b \neq 0$, $\frac{a}{b}$ est une fraction irréductible si a et b n'ont pas de diviseur positif commun autre que 1 (on ne peut pas simplifier)

Exercice 1 :

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = 2 + \frac{3}{5} + \frac{7}{2}; \quad B = 1 - \frac{2}{5} - \frac{3}{25}; \quad C = \frac{2,5}{3} - \frac{4}{5}; \quad D = -3 \left(\frac{1}{14} - \frac{2}{21} \right)$$

$$E = \left(\frac{2}{9} + \frac{5}{6} \right) \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{10} \right); \quad F = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right) \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{8} \right); \quad G = \left(\frac{7}{8} - \frac{3}{2} \right) \div \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{12} \right); \quad H = \frac{3 + \frac{1}{4}}{7 + \frac{2}{7}};$$

$$I = \frac{2 + \frac{1}{5}}{7 - \frac{3}{5}}; \quad J = \left(1 - \frac{3}{5} \right) \left(\frac{2}{5} + 1 - \frac{1}{2} \right); \quad K = \frac{2}{7} \times (-13) \times \frac{21}{8} \times \frac{16}{39} \times \frac{5}{6}; \quad L = \frac{3}{4}; \quad M = \frac{3}{5}; \quad N = \frac{3}{\frac{7}{21}}$$

Exercice 2 :

Ordonner les nombres suivants :

1. $\frac{-3}{7}, \frac{4}{7}$ et $\frac{9}{7}$ 2. $\frac{-3}{8}, \frac{3}{7}$ et $\frac{3}{11}$ 3. $\frac{-1}{60}, \frac{1}{30}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{20}, \frac{1}{6}$ et $-\frac{1}{4}$

II. Développement / Factorisation

Soient a, b, c, d et k des réels, on a :

Développement



➤ $k(a + b) = \dots\dots\dots$

➤ $(a + b)(c + d) = \dots\dots\dots$

➤ $(a + b)^2 = \dots\dots\dots$

➤ $(a - b)^2 = \dots\dots\dots$

➤ $(a + b)(a - b) = \dots\dots\dots$

} Identités remarquables



Factorisation

Exercice 3 :

Développer les produits puis réduire les expressions suivantes:

$$A = -3 \left(x + \frac{5}{6} \right) + \frac{1}{2}; \quad B = -2(3x + 1) - 3(x + 3); \quad C = \frac{1}{3}x(x + 4) + x(1 - x);$$

$$D = (x + 1)(2x - 3); \quad E = (-3 - x)(2x - 7); \quad F = 1 - (3x + 1)(5 - x); \quad G = 3(2x - 1) - 4(1 - x)(1 + x)$$

$$H = (2x + 1)^2; \quad I = \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x + \frac{1}{2} \right); \quad J = 1 - 3 \left(x - \frac{1}{3} \right)^2$$

Exercice 4 :

Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$$A = 3x^2 - 9xy + 21x; \quad B = 12x^3 + 8x^2 + 4; \quad C = (2x + 1)(5x + 7) - (2x + 1)^2;$$

$$D = (5x - 2)^3 + 5x - 2; \quad E = x^2 - 9; \quad F = (4x + 8)^2 - 49; \quad G = 4x^2 + 4$$

Les grosses bêtises à ne pas faire à l'issue de la séance 1 sur quelques exemples :

- Laisser une fraction comme $\frac{7}{4-3}$ sans oser faire l'opération.
- Confondre division et soustraction : $\frac{7}{2}$ ne vaut pas 5 ! ou $\frac{7}{4-3}$ ne vaut pas du tout $7 \times (4 + 3)$!!
- Ne pas saisir la signification d'une fraction : $\frac{7}{2} = 7 \times \frac{1}{2}$ c'est à dire 7 fois un demi donc trois et demi.
- Ne pas mettre au même dénominateur dès qu'on a une addition ou une soustraction.
- Se tromper dans l'écriture d'un quotient de deux fractions afin d'obtenir une fraction plus simple
- Oublier que $\frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{1}} = \frac{5}{2} \div \frac{5}{1}$ (dans sa tête) lors de la division par un nombre avec une fraction au numérateur.
- Confondre développement et factorisation.
- Confondre les trois identités remarquables à connaître en début de seconde. Et/ou ne pas les reconnaître. Dire par exemple que $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ ce qui est complètement faux.
- Savoir développer mais ne pas savoir factoriser ou vice et versa.
- Ne penser qu'à factoriser avec un nombre : parfois c'est toute une expression qu'on peut mettre en facteur

A l'issue de la séance 1 :

- Je connais mes tables de multiplications, divisions, soustraction et addition.
- Je connais la définition d'une fraction et toutes les opérations associées.
- Je ne confonds surtout pas division et soustraction.
- Je manipule les calculs sur les fractions rapidement et avec méthode.
- Je connais les identités remarquables et je suis capable de les reconnaître avec des nombres ou des expressions.
- Je sais développer une expression, même complexe.
- Je sais trouver un facteur commun ou retrouver une identité remarquable pour factoriser.
- Je pense à factoriser des expressions moins simples que de simples nombres quand c'est possible