Séance 2 : ordre, puissance de 10 et écriture scientifique

I Ordre et signification d'un quotient

- Quand on ordonne des nombres, la première étape est de les séparer en nombres négatifs et nombres positifs
- Il faut toujours avoir en tête un axe gradué de $-\infty$ (moins l'infini) à gauche à $+\infty$ (plus l'infini) à droite et penser par exemple à découper l'unité en dixième, centième etc.

Exercice 1 : classer les nombres suivants par ordre croissant :

1,5 ; -0,2 ; -0,02 ; 0,5 ; 0,45 ; 0,15 ; - 0,22 ; -0,45

Exercice 2

1) Tracer rapidement et proprement un axe gradué tous les 0,1 unité, de la valeur 0 à la valeur 1,5. Echelle : 1 cm sur l'axe correspond à 0,1 unité.

2) Placer sur cet axe 0,3 ; 0,85 ; 1,05 et 1,35.

Exercice 3

1) Placer sur un axe gradué de 0 à 2 les valeurs 1 et 0,25. Colorier en rouge le segment de longueur 1 et en vert celui de longueur 0,25.

2) En déduire l'opération $\frac{1}{0,25}$ visuellement.

3) De la même manière, donner le résultat des quotients suivants : $\frac{3}{0,25}$; $\frac{8,5}{0,5}$; $\frac{11}{0,2}$; $\frac{7}{0,05}$ en visualisant mentalement l'opération.

4) Donner le résultat sous forme décimale (chiffres avec une virgule) en visualisant mentalement les quotients suivants :

$\frac{1}{5}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{3}{20}$ et $-\frac{7}{4}$

II Puissance de 10

L'écriture des grands nombres ou des nombres proches de zéro devient très rapidement impossible. On utilise les puissances de 10 pour simplifier l'écriture.

Définition : n est un entier positif,

$10^{n} = 100……0$ (n zéros après le 1)

$10^{-n} = 0,0……01$ (n zéros avant le 1 y compris celui qui se trouve avant la virgule)

Cas particulier : $10^{0} = 1$ (attention !!)

Propriété : n est un entier supérieur ou égal à 1, $10^{n} = 10 \times 10 \times ……… \times 10$ (avec n facteurs)

$10^{-n} = \frac{1}{10^{n}}$

Propriété : n et m étant des entier relatifs :

$10^{n} \times 10^{m} = 10^{n+m}$ $\frac{10^{n}}{10^{m}} = 10^{n-m}$ $(10^{n})^{m} = 10^{n \times m}$

Exercice 4 :

1) Ecrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance de 10 :

a) 100 000 000	b) Dix	c) Cent mille	
d) $\frac{1}{100000}$	e) 1 million	f) 1	g) 0,0001
h) Cent milliards	i) 1 millième	j) 1000	

2) Donner le résultat par une puissance de 10:

a) $10^{4} \times 10^{3} =$ b) $10^{-8} \times 10^{5} =$ c) $\frac{1}{10^{9}} =$ d) $\frac{1}{10^{4}} =$ e) $\frac{1}{10} =$ f) $\frac{1}{10^{-5}} =$

g) $\frac{1}{10^{-2}} =$ h) $\frac{10^{7}}{10^{2}} =$ i) $\frac{10^{-8}}{10^{-3}} =$ j) $(10^{3})^{4} =$ k) $\frac{\frac{10^{-2}}{10^{4}}}{10^{3}} =$ l) $\frac{\frac{10^{7}}{10^{2}} \times 10^{-4}}{\frac{10^{-1}}{10}}$

3) Ecrire en nombre décimal :

a) $10^{-3} =$ b) $\frac{1}{10^{-2}} =$ c) $\frac{1}{0,2 \times 10^{-2}} =$ d) $\frac{1}{0,5 \times 10^{-7}} =$ e) $\frac{1}{4 \times 10^{3}} =$ f) $\frac{1}{8.10^{-1}} =$

g) $\frac{3 \times 10^{-2}}{2} =$ h) $\frac{2}{5 \times 10^{2}} =$

II Ecriture scientifique d'un nombre

<u>Définition</u> : L'**écriture scientifique** d'un nombre décimal est son écriture sous la forme $a \times 10^n$ ou encore a.10^n (le point remplaçant le signe multiplié), où n est un nombre entier relatif et a un nombre décimal tel que
$1 \leq a < 10$ si a >0 ou $-10 < a \leq -1$ si a <0 (un seul chiffre avant la virgule sauf 0).
<u>Remarque</u> : un nombre écrit en 10^0 ou 10^1 en écriture scientifique est souvent simplement écrit en décimal.

<u>Intérêts :</u> L'intérêt de l'écriture scientifique est de

- simplifier des écritures pour éviter une écriture qui prendrait trop de place avec des nombres décimaux
- pouvoir comparer aisément deux nombres. Si les valeurs des puissances de 10 sont identiques, il suffit de comparer les valeurs de a. Sinon, il suffit de comparer les valeurs des puissances de 10 tout en faisant attention à leurs signes.

<u>Exercice 5 :</u>

1) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants puis les ordonner :

25 000 = – 0,00743 = – 80 000 000 = 0,246 = 0,000 000 254 = 8,24 =
480 000 000 × 10^{23} = 0,000 000 789 × 10^{31} = -6520 000 000 × 10^{-54} =

<u>Exercice 6</u>

Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :

2.10^3 ; 0,25 ; -3×10^{-1} ; $\frac{1}{4.10^{-2}}$; 0,012 ; $1{,}5\times10^{-2}$; $-2{,}1\times10^{-3}$; $3{,}4\times10^{-3}$;

<u>Exercice 7</u> : reprendre l'axe de l'exercice 2

1) Y placer les valeurs 1.10^{-1}, 5.10^{-2} et 115.10^{-2}.
2) Où placerait-on 5.10^{-7} par rapport à 1.10^{-6} ?

Point méthode : pour sommer ou retrancher deux nombres écrits avec une puissance de 10, il est utile, dans un premier temps, de faire figurer la même puissance de 10 dans les deux nombres afin de la mettre en facteur. Choisir la plus petite puissance de 10.

<u>Exercice 8</u>

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$A = 3{,}5.10^4 + 2{,}2.10^2 - 6.10^1$ $B = 23{,}78 + 2{,}6.10^3 + 2.10^{-2}$ $C = 3{,}78.10^{-4} - 4.10^{-6} + 0{,}000056$

<u>Exercice 9</u>

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$A = \frac{3\times10^2\times4\times10^4}{12\times(10^2)^3}$; $B = \frac{10^{-8}\times0{,}7\times10^{12}}{14\times10^3}$; $C = \frac{54\times10^{-1}-23\times10^{-2}}{10^{-2}}$

$D = \frac{3.10^{-2}+2.10^{-3}}{10^{-2}}$; $E = \frac{5\times10^2+20}{10^3}$; $F = \frac{2{,}5\times10^{-3}-3\times10^{-4}+2.10^{-4}}{3.10^{-2}}$

$G = \frac{7\times10^{-4}\times5\times10^8-7\times10^4}{7\times10^2}$ $H = 2.10^3 + 2.\ 10^{-3}$ $I = 8.10^2 - 8.10^{-2}$

III Ordre de grandeur et calcul approché

<u>Définition</u> : L'ordre de grandeur (odg) est la puissance de 10 la plus proche du nombre considéré.

Point méthode pour trouver l'ordre de grandeur d'un nombre :

- mettre cette valeur en *écriture scientifique* ± *a.10^n* où a est positif
- Si a < 5, alors on donne 1 comme ordre de grandeur de a. Si a ≥ 5, alors on donne 10 comme ordre de grandeur de a.
- On donne le résultat final sans oublier le signe.

<u>Arrondi :</u> Dans un calcul, l'arrondi « au dixième », « au millième »…) est la valeur approchée la plus proche possible d'un nombre, étant donné la précision que l'on choisit.

Point méthode pour trouver l'arrondi demandé :

- Trouver le rang du dernier chiffre à retenir
- Si le premier chiffre à éliminer est strictement inférieur à 5 : le dernier chiffre retenu reste le même ; supérieur ou égal à 5 : le dernier chiffre retenu augmente de 1.

Intérêt : un calcul rapide de tête avec arrondi en ne gardant que le plus grand chiffre (avec arrondi) de tous les nombres de l'opération permet de voir si un résultat obtenu avec une calculatrice souvent mal maîtrisée, est réaliste.

Exercice 10

Donner l'ordre de grandeur des nombres suivants :

A =5,32 ≈ …………………. B = 0,00831 ≈ …………………….

C = 0,035 ≈ ………………. D = $16,2\times10^{-2}$ ≈ …………………….

E = $0,0252\times10^{3}$ ≈ …………………… F = $0,76\times10^{-3}$ ≈ ……………………..

Exercice 11

Effectuer un calcul approché afin de déterminer au final l'ordre de grandeur des nombres suivants puis les ordonner du plus petit au plus grand (en utilisant les lettres) :

$x = \frac{624\times4250}{1827}$; $y = \frac{425\times2800}{320}$; z = 49,13 + 651,906 ; t = 49107 - 13876

u = 98,54 × 62,7 ; $v = \frac{1700\times620}{360}$; $w = \frac{1825\times295}{4595}$; s = 459 045 – 161 000

Les grosses bêtises à ne pas faire à l'issue de la séance 2 sur quelques exemples :

- Dire que 10^{-7} est un nombre négatif
- Penser que $10^{3} = 30$ (confusion puissance et multiplication)
- Croire que 0,678 est une écriture scientifique car il y a un chiffre tout de suite après la virgule : c'est faux à cause du 0.
- Enlever 1 à la puissance de 10 quand elle est négative. $6,5.10^{-7}$ a pour odg 10^{-6} et non 10^{-8}
- Oublier que le 0 est un chiffre comme un autre : l'arrondi de 3,08 à l'unité est 3 et non 4 (même si 8 supérieur à 5)
- 6,53 est arrondi à 7 et non à 6 à l'unité : on a un 5 donc peu importe ce qui suit (même si 3<5)
- Attention : le centième est le 2ème rang après la virgule (et pas autre chose), la centaine est le 3ème rang avant la virgule

A l'issue de la séance 2 :

- Je connais mes tables de multiplication et les divisions associées
- Je connais les priorités des quatre opérations :
  - les calculs contenus entre <u>parenthèses</u> (ou crochets) sont prioritaires sur les calculs situés en dehors de ces parenthèses. La barre d'une fraction ou d'une racine carrée joue le rôle d'une parenthèse ;
  - les <u>exposants</u> sont prioritaires sur les multiplications, divisions, additions et soustractions ;
  - les <u>multiplications</u> et <u>divisions</u> sont prioritaires sur les <u>additions</u> et <u>soustractions</u>.
- Je sais définir une puissance de 10 et je fais attention au nombre 10^{0} qui ne vaut pas 0
- Je fais la distinction entre puissance et multiplication
- Je connais les calculs sur les puissances de 10
- Je fais très attention à la place du signe « égal » devant plusieurs traits de fraction
- Je sais sommer ou retrancher des nombres avec une puissance de 10 différente en faisant figurer dans un premier temps la même puissance de 10 chez tous les nombres.
- Je connais la définition d'une écriture scientifique et je connais ses deux modes d'écriture (avec le signe multiplié ou avec un point)
- Je n'oublie pas le signe « moins » quand le nombre est négatif quand je l'écris sous forme scientifique
- J'ai compris l'intérêt d'une écriture scientifique
- Je sais classer des nombres et j'ai compris la méthode en les mettant tous dans un premier temps sous forme scientifique
- Je connais la définition d'un odg
- Je sais déterminer l'odg d'un nombre positif ou négatif
- Je connais la définition de l'arrondi d'un nombre (au centième, à la dizaine etc.)
- Je sais trouver l'arrondi d'un nombre à un certain rang.
- Je sais utiliser les arrondis à un chiffre pour trouver rapidement l'odg d'un calcul