

## Séance 3 : proportion, pourcentage 1<sup>ère</sup> partie

### I Proportion

On considère une grandeur générale  $G$  à valeurs positives (par exemple une hauteur, une vitesse, un prix...) pouvant prendre deux valeurs  $G_1$  et  $G_2$  pour deux cas ou objets particuliers.

A la question « de combien de fois  $G_2$  est-elle plus grande que  $G_1$  ? » ou « dans quelle proportion/rapport  $G_2$  est-elle plus grande que  $G_1$  ? », on doit répondre par un nombre appelé proportion ou rapport qui correspond au calcul du **quotient**  $\frac{G_2}{G_1}$ .

- Ce nombre peut être supérieur (éventuellement strictement) à 1 si  $G_2$  est effectivement plus grand (éventuellement strictement) que  $G_1$ , ou inférieur (éventuellement strictement) à 1 si  $G_2$  est plus petit (éventuellement strictement) que  $G_1$ .
- Alors que  $G$  peut avoir une unité, le quotient  $\frac{G_2}{G_1}$  n'en a pas (les unités « se simplifient en haut et en bas ») mais **il est obligatoire de mettre  $G_1$  et  $G_2$  dans la même unité, donc de faire éventuellement une conversion, pour calculer ce rapport.**
- On peut parfois préférer garder le rapport  $\frac{G_2}{G_1}$  sous la forme d'une fraction (généralement quand il est inférieur à 1).  
Par exemple, si  $\frac{G_2}{G_1} = \frac{1}{35}$ , on dira que  $G_2$  vaut le 35<sup>ème</sup> de  $G_1$ .

**Exercice 1** : donner d'abord une expression littérale (c'est-à-dire une expression en utilisant d'abord non pas les nombres mais les lettres représentant les grandeurs) de l'inconnue et répondre à la question en posant et en effectuant le calcul à la calculatrice.

1) La statue de la Liberté de NYC mesure  $h' = 93$  m de haut et la Tour Eiffel mesure  $h = 301$  m de haut. De combien de fois la Tour Eiffel est-elle plus haute que la statue de la Liberté ?

2) La vitesse de la lumière dans le vide est de  $c = 3 \cdot 10^8$  m.s<sup>-1</sup> (mètre par seconde) tandis que le son, dans l'air, voyage à la vitesse de  $v = 340$  m.s<sup>-1</sup>. Dans quel rapport la lumière voyage-t-elle dans le vide plus vite que le son dans l'air ?

3) Le quartz est une roche dont la masse volumique vaut  $\mu = 2,65$  kg.dm<sup>-3</sup> (2,65 kg par décimètre cube) tandis que la pierre ponce a une masse volumique de  $\mu' = 0,91$  kg.dm<sup>-3</sup>. De combien de fois la pierre ponce est-elle plus dense que le quartz ?

4) Pierre s'apprête à manger trois pommes qui ont chacune une masse  $m_1$  de 350g. Il a une masse  $m_{\text{Pierre}}$  de 53 kg. De combien de fois est-il plus gros que l'ensemble des trois pommes qu'il va manger ?

Lorsque la grandeur  $G_2$  correspond à une partie constitutive de la grandeur  $G_1$ , le rapport ou quotient  $\frac{G_2}{G_1}$  se nomme habituellement « taux » de  $G_2$  par rapport à  $G_1$  ou dans  $G_1$ . On emploie aussi souvent le terme « teneur » (par exemple la teneur en sucre d'un jus de fruits qui est le rapport de la masse de sucre par la masse du jus, le sucre étant bien un constituant du jus).

**Exercice 2** : Répondre à la question.

1) Dans 2,00 g d' « or rose » (alliage utilisé en bijouterie), on rencontre 1,5 g d'or, 0,18 g d'argent et le reste de cuivre. Déterminer le taux massique d'or, d'argent et de cuivre dans l' « or rose ».

2) Une boîte de sucre en morceaux a une masse de 150 dag. Chaque morceau a une masse de 6,0 g. Quel est le taux massique d'un morceau de sucre par rapport à la boîte entière ? Quelle est le nombre de morceaux dans la boîte ?

3) En 2005, sur les  $N = 6,51$  milliards d'individus, il y avait  $N' = 66$  millions de personnes âgées de 80 ans et plus. Parmi ces personnes âgées de 80 ans et plus, un taux de  $t = 0,10$  dépassait les 90 ans et  $N'' = 33$  mille avaient franchi le cap des 100 ans.

- Déterminer le nombre  $N'''$  de personnes dépassant les 90 ans en donnant d'abord  $N'''$  en fonction des lettres utilisées dans l'énoncé (c'est l'expression littérale) puis en calculant  $N'''$ .
- Exprimer le taux  $t_1$  de personnes dépassant les 100 ans par rapport à la population mondiale totale en utilisant d'abord les lettres puis calculer ce taux.
- De même, exprimer le taux  $t_2$  de personnes entre 90 et 100 ans par rapport aux personnes de plus de 80 ans totale en utilisant d'abord les lettres puis calculer ce taux.
- Mêmes questions pour déterminer le taux  $t_3$  des centenaires parmi les plus de 90 ans.

## II Pourcentage

### 1) Proportion et pourcentage

Le taux (ou proportion ou teneur) précédemment introduit, est souvent rapporté à une référence de 100 (et non de 1). Il suffit donc de le multiplier par 100 pour trouver le pourcentage correspondant. Par exemple, si on trouve un taux de 0,098 de chômeurs dans un pays, cela correspond à un pourcentage de 9,8 % car  $0,098 \times 100 = 9,8$ .

Il faut savoir exprimer rapidement en français la signification d'un pourcentage. Un taux de 9,8% de chômeurs signifie qu'en prenant 100 personnes actives prises au hasard (personnes en âge de travailler et qui travaillent ou qui désirent travailler), 9,8 en moyenne n'ont pas de travail ; ou, ce qui est plus parlant pour éviter de « découper » des individus, sur 1000 personnes actives, 98 sont en recherche de travail.

### Exercice 3

Reprendre l'ensemble de l'exercice 2 et mettre les taux calculés sous forme de pourcentage puis donner leur signification en une phrase simple mais précise.

### Exercice 4 :

1) En l'an 2000, l'UNESCO annonçait 880 millions d'analphabètes pour 6 milliards de terriens. Calculer, à 0.1% près, le pourcentage d'analphabètes sur Terre en l'an 2000.

2) Un balcon mesure 2,370 m. Au soleil, il se dilate un peu et gagne 5 mm. Quel est le pourcentage de dilatation correspondant (à 0,001% près) ? Qu'est-ce que cela signifie ?

3) En moyenne, un homme a une masse de 75 kg et a une masse en os de 150 hg. Quel est le pourcentage moyen massique d'os chez un homme ?

### Les grosses bêtises à ne pas faire à l'issue de la séance 3 sur quelques exemples :

- Faire une soustraction au lieu d'un quotient pour calculer une proportion
- Poser le quotient à l'envers : la référence est toujours au dénominateur
- Quand on dit « de combien de fois... est plus... », penser qu'on trouve un nb + grand que 1 ; c'est parfois faux, on peut trouver un nombre plus petit que 1 si le comparé est moins grand...
- Oublier de mettre dans la même unité. Par exemple une maison mesure 20 m et une fourmi 5 mm et pourtant la maison n'est pas 4 fois plus grande que la fourmi ( $20/5 = 4...$ ) mais 4000 fois plus grande ( $20000/5 = 4000$ )
- Etre bloqué quand il s'agit de calculer un pourcentage pour une proportion : il suffit uniquement de multiplier le taux par 100.
- Ne pas avoir compris qu'un pourcentage sous-entend prendre comme valeur pour la référence la valeur 100.
- Ne pas savoir traduire facilement en français un pourcentage.

### A l'issue de la séance 3 :

- Je connais tous les points des séances précédentes
- Je sais calculer une proportion et un taux dans le bon ordre : qui est la référence ? (la trouver et la mettre au dénominateur)
- Suivant que le résultat est plus faible ou plus grand que 1, j'en déduis la bonne conclusion.
- Je sais que je dois penser à convertir dans la même unité (au choix) pour calculer la proportion de deux grandeurs.
- Je sais qu'un pourcentage revient à prendre une référence de valeur 100.
- Je sais traduire un pourcentage en français en prenant un exemple simple.