

Armes et chute libre

I Introduction

On considère un projectile de masse m lancé avec un angle α compris entre 0 et 90° par rapport à l'horizontale et une vitesse initiale v_0 . Il évolue dans le plan (Oik) avec (Ok) orienté vers le haut, en chute libre.

- 1) Le repère choisi est tel que les coordonnées initiales du projectile soient x_0 et z_0 . Etablir les lois horaires $x(t)$ et $z(t)$.
- 2) Montrer que la trajectoire est parabolique si α est différent de 90° .
- 3) Comment se simplifient les équations dans le cas où l'origine du repère coïncide avec la position initiale du centre du système ? On considèrera qu'il en est ainsi pour les questions de cette partie.
- 4) On appelle flèche F la hauteur maximale atteinte par le projectile. Montrer que $F = v_0^2 * \frac{\sin^2(\alpha)}{2g}$ et qu'il s'agit bien d'une distance par analyse dimensionnelle (rappelle : un sin a toujours une dimension de 1).
- 5) On appelle portée P du tir la distance séparant le point de lancement au sol du projectile et le point d'impact quand il retombe au sol. Montrer que (en utilisant que $\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a)$) $P = v_0^2 * \frac{\sin(2\alpha)}{g}$
- 6) Dans le cas où le projectile est éjecté verticalement (vers le haut), que vaut α ? Comment se simplifient les expressions de $x(t)$, $z(t)$, F et P ? Est-ce cohérent ?
On pourra utiliser dans les parties suivantes les résultats de cette première partie avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-1}$.

II Catapulte

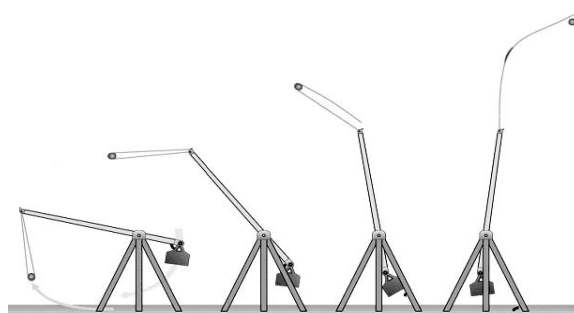
Au Moyen-âge, la catapulte permettait de lancer des projectiles à longue distance.

- 1) Avec quel angle la catapulte doit-elle lancer une grosse pierre afin que celle-ci atteigne la base d'un donjon situé à 54 m sachant que la vitesse de lancement est de 96 km.h^{-1} ?
- 2) Quelle durée correspond à la phase de vol de la pierre ?
- 3) Celle-ci doit passer au dessus des remparts se trouvant exactement à mi-chemin entre la catapulte et la base du donjon. Quelle est la hauteur maximale de ces remparts permettant à la pierre d'atteindre sa cible (on négligera le diamètre de la pierre) ?

III Trébuchet

Le trébuchet est une autre machine de guerre. Son principe de fonctionnement est le suivant : un contrepoids relié à un levier est maintenu à une certaine hauteur par des cordages. Il est brusquement libéré. Au cours de sa chute, il agit sur un levier au bout duquel se trouve une poche en cuir dans laquelle est placé le projectile.

Lors de sa libération, le projectile de la poche se trouve à une hauteur $H = 10 \text{ m}$ et est projeté avec un vecteur vitesse \vec{v}_0 horizontal. Déterminer la vitesse initiale permettant au projectile d'atteindre la base du mur d'un château située à une distance de 86 m.



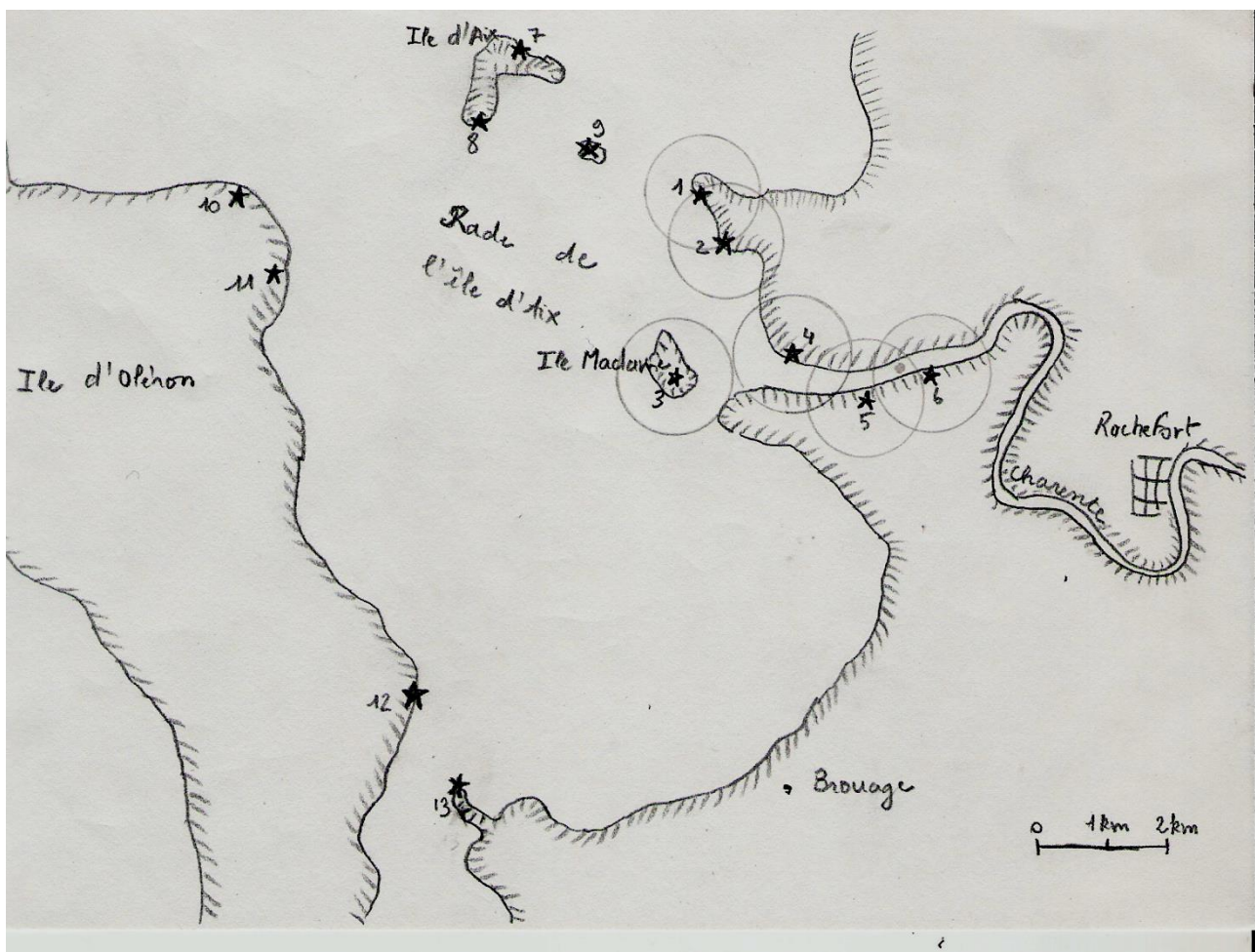
IV Canon

On considère un canon éjectant un boulet depuis l'origine du repère avec une vitesse initiale v_0 donnée.

- 1) Montrer proprement que la portée du tir P est maximale pour un certain angle de lancement dont on déterminera la valeur. Quelle est alors l'expression de P ? Il en sera ainsi dorénavant dans toute cette partie.
- 2) Au 17^{ème} siècle, la portée maximale des canons est de 900 m.
 - a) Déterminer la vitesse à laquelle sont lancés les boulets.
 - b) Cette portée est déjà faible à l'époque. Louis XIV demande à Colbert de créer l'arsenal royal de Rochefort à l'intérieur des terres en 1666, en Charente maritime (voir carte en annexe). Celui-ci pose le problème de sa protection maritime d'autant que les navires étaient terminés d'être armés à l'embouchure de la Charente lors des grandes marées. Cette flotte restait alors une proie facile pour l'ennemi anglais qui pouvait facilement rentrer en bateau dans la Rade de l'île d'Aix malgré la présence de nombreux forts l'encerclant.

Justifier cette affirmation en complétant les zones de portée des canons des forts (symbolisés par une étoile) 7 à 13. Entre quelles terres se trouve la fameuse faille ?
 - c) Il fut ainsi décidé de construire un nouveau fort en pleine mer afin d'empêcher toute intrusion ennemie. Placer en rouge sur la carte la position stratégique à choisir pour la réalisation de ce fort.
 - d) Vauban fut consulté et déclara : « *Sire, il serait plus facile de saisir la Lune avec les dents que de tenter en cet endroit pareille besogne* ». Le projet fut abandonné. En avril 1804 un convoi de douze navires destinés à secourir les Antilles est anéanti par une escadre anglaise. Cette défaite relance la construction du fort militaire qui voit enfin le jour en 1843... au moment où les anglais ne sont plus ennemis et où la portée des canons atteint 3 km.

Montrer que le fort est devenu obsolète en construisant deux nouveaux cercles sur la carte.
 - e) La construction du fort a coûté l'équivalent de 150 km d'autoroute actuel et, finalement, n'a jamais eu d'utilité défensive. Mais comment se nomme cette bâtisse ? Et à quoi sert-elle aujourd'hui ?



Embouchure de la Charente dans la Rade de l'île d'Aix

Fortifications sur la côte :

- 1 : La redoute de l'Aiguille
- 2 : Citadelle du Château de Fouras
- 4 : Fort de la Pointe
- 5 : Fontaine Saint Nazaire
- 6 : Fort Lupin
- 13 : Fort Chapus

Fortification sur les îles :

- 3 : Fort de l'île Madame
- 7 : Fort Liédot sur l'île d'Aix
- 8 : Fort de la Rade sur l'île d'Aix
- 9 : Fort de l'îlot d'Enet
- 10 : Fort des Saumonards sur l'île d'Oléron
- 11 : Fort de la Pointe de Boyardville sur l'île d'Oléron
- 12 : Fort du Château d'Oléron sur l'île d'Oléron