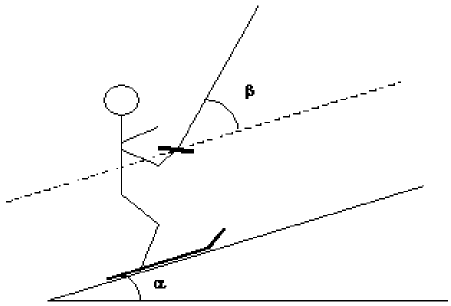
<u>Séance de préparation au CG et aux IPHO du jeudi 4 février 2016</u>

Exercice 1 : bientôt les sports d'hiver

Partie I

Un skieur de masse m = 95,0 kg (avec tout son équipement) est tracté par un remonte-pente jusqu'au sommet d'une piste : il parcourt alors une distance d = 520 m. Le plan de la pente fait un angle $\alpha = 20{,}0°$ avec l'horizontale. La perche tenue par le skieur exerce une force de traction de valeur T = 560 N. Cette force a la même direction que la perche, qui fait un angle β avec la direction de la pente. Les frottements de l'air sont négligés.



Le référentiel d'étude choisi est le référentiel terrestre et on prendra $g = 9{,}81\ N.kg^{-1}$.
Sachant que la piste est totalement verglacée et lisse et que le skieur monte à vitesse constante en ligne droite, déterminer :

- l'angle β
- la valeur R de la réaction exercée par le sol gelé sur le skieur.

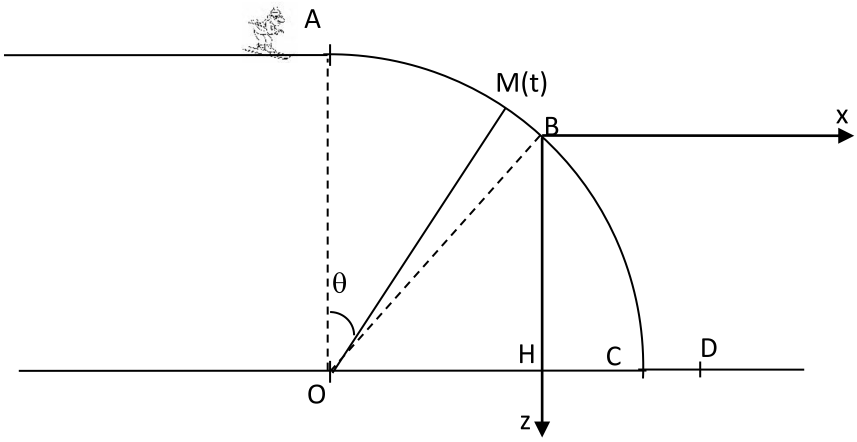
Parie II

Arrivé en haut de la montagne au point A, le skieur s'apprête à descendre une piste dont la forme est un arc de cercle de centre O. On appelle r le rayon d'arc de cercle et O son centre : r = OA = OC La vitesse initiale du skieur est considérée comme nulle ; les frottements peuvent être négligés. Près le quart de cercle, la piste est plane est horizontale.

On repère la position d'un point M où se trouve le skieur à la date t par l'angle θ entre la verticale et le rayon OM. Le skieur se déplace dans le plan de figure.

Le but de cet exercice est de déterminer l'angle θ_B repérant le point B où le skieur va décoller de la piste et poursuivre sa chute dans l'air avant d'atterrir sur la piste horizontale ; éventuellement, de déterminer à quelle distance du point C il atterrit.

Coup de pouce (s'en rappeler) : quand on étudie un mouvement circulaire, il est souvent commode de se placer dans le repère de Frenet.



1) Faire le bilan des forces appliquées au skieur en un point M. Représenter ces forces sur un schéma, puis appliquer la seconde loi de Newton au skieur au point M pour obtenir une égalité vectorielle.

2) Monter que la valeur de la réaction R_N de l'igloo sur le glaçon s'exprime par : $R_N = mg\cos\theta - m\dfrac{v^2}{r}$ (1)

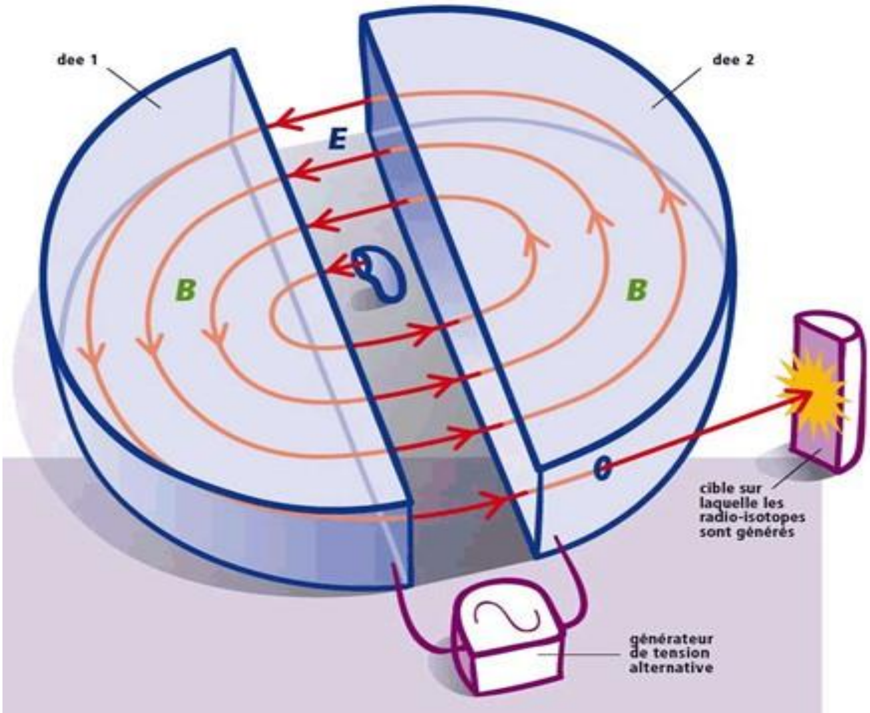
3) Monter, en utilisant le théorème de l'énergie cinétique que : $\dfrac{mv^2}{r} = 2\ mg\ (1 - \cos\theta)$

4) En déduire la valeur de $\cos\theta$ à partir de laquelle le contact ne peut plus exister ; le skieur décolle alors. A quel angle θ_B cette valeur correspond-elle ? Que vaut v_B si r = 20 m ?

5) (à faire à la maison) Quelle est la nature de la trajectoire du skieur une fois qu'il n'est plus en contact avec la piste ? *Si vous ne craignez pas les calculs* : à quelle distance CD (voir schéma) le skieur atterrit-il ? Choisir un repère d'origine B, un axe horizontal Bx orienté vers la droite et un axe vertical Bz orienté vers le bas.

Exercice 2 : accélérateur de particules

Les cyclotrons sont les premiers accélérateurs de particules imaginés en 1931 par Lawrence. Leur modèle simplifié est schématisé ci-dessous en vue de dessus :



Deux boîtes conductrices cylindriques appelées "dees" baignent dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Une source d'ions, positifs dans ce cas, est placée dans la région centrale. L'ensemble est maintenu dans un vide poussé. Entre les "dees" règne une tension de valeur Um = 10 kV qui change de sens alternativement, appliquée aux plaques parallèles limitant les dees.

L'effet de cette tension est d'accélérer les ions pendant une très courte durée lorsqu'ils se trouvent entre les dees. Ils entrent ensuite dans un dees où règne uniquement le champ magnétique qui incurve leur trajectoire selon un demi-cercle.

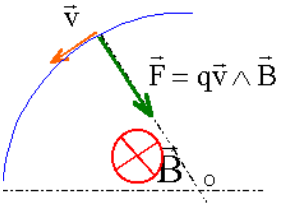
Quand le rayon de courbure de la trajectoire est devenu pratiquement égal au rayon R des dees, les particules atteignent une région où le champ magnétique est localement nul à la sortie du cyclotron.

La force magnétique de Lorentz $\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}}$ est la force subie par la particule dans les dees.

1. Quelle est la signification de chaque lettre ? Donner les unités des valeurs des différentes grandeurs.
2. Préciser la direction et le sens du champ magnétique en concordance avec la figure.
3. Exprimer l'accélération de la particule, norme, direction et sens.
4. On suppose le mouvement plan :
   - Montrer que le mouvement de la particule est uniforme dans un dee.
   - Montrer que le mouvement est circulaire de rayon r = mv / (qB) lors du passage dans un dee.
   - Déterminer la durée de passage d'une particule dans un dee.
5. Que se passe-t-il entre les deux dees ?
   - Quelle est la nature du mouvement d'une particule entre les dees ?
   - Faire le bilan des forces appliquées à la particule entre les dees et expliquer pourquoi il faut changer le signe de la tension à chaque demi-tour. Quelle est la période de changement de signe de la tension ?
6. Quand la particule quitte-t-elle le cyclotron ?
   Etablir l'expression de l'énergie cinétique d'une particule quand elle sort de l'accélérateur en fonction de q, B, R et m. Calculer cette énergie si B=1 T ; q = 1,6 10^{-19} C ; m = 1,67 10^{-27} kg ; R=0,8 m.
   - Exprimer puis calculer le gain d'énergie de la particule lors de la traversée de l'espace entre les dees.
   - En supposant qu'initialement l'énergie cinétique de la particule est nulle, évaluer l'ordre de grandeur le nombre de tours qu'elle doit effectuer avant de sortir.

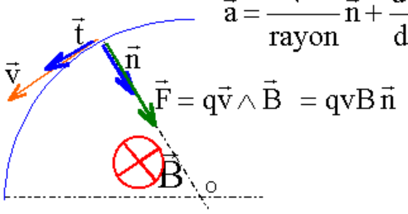
Remarque : pour les IPHO, la dernière question pourrait constituer un problème à résoudre sans aide.

dans un dee :
q : charge électrique en coulomb
v : vitesse en m/s
B : champ magnétique en tesla
F : force de Lorentz en newton.
La force magnétique est centripète, perpendiculaire au plan défini par la vitesse et le champ magnétique.



Le poids de la particule est négligeable devant la force magnétique.
Ecrire la seconde loi de Newton dans la base de Frenet :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{\text{rayon}}\vec{n} + \frac{dv}{dt}\vec{t}$$



l'accélération est centripète de norme qvB/m = v² /rayon
en conséquence : dv/dt =0, le mouvement est uniforme (norme de la vitesse constante)
et qvB = mv² / rayon
rayon = mv / (qB)
le rayon est constant, le mouvement est circulaire.

---

expression de l'énergie cinétique : Ec = ½ mv²
R : rayon au point S ; v = qBR / m
Ec = ½ m q²B²R² / m² = <u>q²B²R² / (2m)</u>.
Ec = [1,6 10^{-19} *1* 0,8]² / (2*1,37 10^{-27}) = <u>4,9 10^{-12} J</u>.

<u>entre les dees</u> :

la particule est soumise à la force électrique $\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$, le poids est toujours négligeable.
la 2ème loi de Newton s'écrit :

$$\boxed{m\,\vec{a} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}}$$

le mouvement est rectiligne uniformément accéléré entre les dees.
Pour <u>accélérer de manière efficace</u> les particules :
- d'une part la tension alternative doit être maximale :
sa demi période est égale à la durée nécessaire pour effectuer ce demi tour.
- d'autre par le travail de la force électrique doit être positif :
q U >0 impose un changement du signe de la tension à chaque demi tour

---

<u>à la sortie</u> :
écrire le théorème de l'énergie cinétique :
travail de la force électrique : qUm
DEc = qUm = 1,6 10^{-19} * 10^4 = <u>1,6 10^{-15} J</u>.à chaque ½ tour
nombre de tours :
énergie finale de la particule divisée par l'énergie acquise à chaque tour
4,9 10^{-12} / (2* 1,6 10^{-15}) = <u>1531 tours</u>.