Exercice de physique (11,5 points)

Partie A : mise en satellite (15 à 20 minutes)

Le ballon de la partie B peut être considéré comme une modélisation du lancement d'une fusée. On considère une fusée mettant en orbite un satellite artificiel de masse m_{sat} autour de la terre de masse M_{Terre} et de rayon R_{Terre}.

1) Dans quel référentiel doit-on se placer pour étudier ce mouvement en appliquant la deuxième loi de Newton ?

2) Déterminer l'expression de l'accélération du centre d'inertie du satellite en utilisant le vecteur unitaire $\vec{u}_{Terre-sat}$ et les données de l'énoncé.

3) Le satellite est en orbite circulaire à une altitude z.

a) Montrer que son mouvement est uniforme et déterminer la valeur de sa vitesse en fonction de G, M_{Terre}, R_{Terre} et z.

b) Redémontrer alors la troisième loi de Kepler en appelant T_{sat} la période de révolution du centre du satellite autour de la Terre.

c) Enoncer la deuxième loi de Képler dans le cas général. Comment se manifeste-t-elle ici ?

Partie B : ballon d'hélium en mouvement vertical (40 minutes)

On étudie dans cette partie un ballon sphérique de rayon r, rempli d'hélium et bien noué (il n'y a pas de perte d'hélium). On précise les indications suivantes :

- Masse volumique de l'air : $\mu_{air} = 1{,}28\ kg.m^{-3}$
- Masse volumique de l'hélium $\mu_{He} = 0{,}179\ kg.m^{-3}$.
- Masse du ballon vide m = 3,00 g.
- Intensité de la pesanteur $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.
- Volume du ballon gonflé avec l'hélium : V = 4,50 L.
- On note G la constante de gravitation universelle.

Le système étudié {ballon + hélium à l'intérieur}, est lâché sans vitesse initiale, dans l'air à partir d'un point d'altitude $z_0 = 1{,}00$ m, à une certaine date prise comme origine des temps. On choisit un axe Oz vertical dirigé vers le haut.

1 Première modélisation.

a) Donner l'expression de la masse m_{tot} totale du système. Calculer la valeur du poids du système.

b) Montrer qu'il est illusoire de vouloir négliger la poussée d'Archimède exercée sur le système en calculant sa norme.

c) Représenter les deux forces précédentes sur un schéma avec l'unité 1 cm = 15 mN.

d) En ne considérant que les deux forces précédentes et en notant a_z l'accélération verticale du centre d'inertie du système, montrer que $a_z = A.g$ où A est une constante s'exprimant à l'aide de μ_{air}, μ_{He}, m et V. Montrer que A = 0,514 unités SI. Vous préciserez son unité dans le système international.

e) Etablir alors les expressions de $v_z(t)$ puis de z(t). A quelle altitude se trouve le ballon au bout de 20 secondes ?

f) Tracer en rouge sur le graphe n°1 (où figure déjà le tracé de la vitesse expérimentale en fonction du temps) en annexe la fonction $v_z(t)$. La modélisation utilisée est-elle acceptable ? Justifier en terme de « régimes » observés.

g) Qu'est ce que le temps caractéristique d'ascension ? Que vaut-il ? On fera figurer les constructions.

2 Deuxième modélisation

a) On considère que le système est soumis d'autre part à une force de frottement d'intensité $F = \lambda.v_z^2$. Quels sont la direction et le sens de cette force de frottement ? On prendra dans la suite $\lambda = 12{,}7.10^{-3}\ kg.m^{-1}$

b) Donner l'expression littérale de $\frac{dv_z}{dt}$. Montrer que $\frac{dv_z}{dt} = 5{,}04 - 3{,}34 \times v_z^2$.

c) On se propose de résoudre cette équation différentielle numérique par la méthode d'Euler. On choisit un pas p. Donner l'expression (appelée approximation d'Euler) permettant de calculer $v_z(t+p)$ connaissant $v_z(t)$, dv_z/dt (t) et p.

On rappelle que l'approximation d'Euler consiste à confondre la valeur de la variation de v_z par unité de temps entre t et t+p par la valeur de la variation instantanée de v_z par unité de temps au temps t (c'est-à-dire la valeur de la dérivée dv_z/dt au temps t).

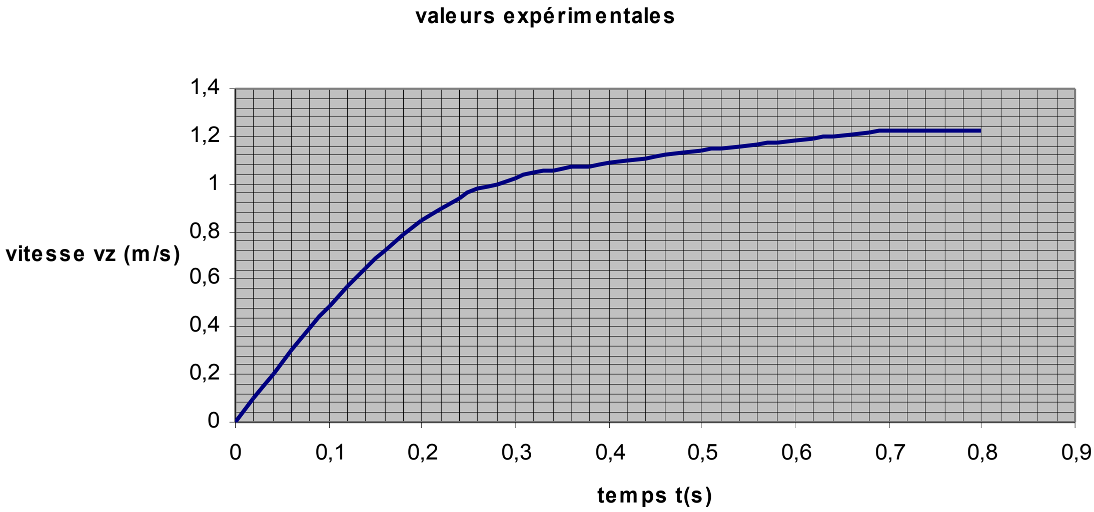
d) Utiliser les deux équations précédentes pour compléter en justifiant rapidement, les cinq premières cases manquantes dans le tableau en annexe en ayant au préalable déterminer le pas p adopté.

e) Tracer sur le graphe n°1 en vert la courbe donnant v_z par la méthode d'Euler précédente en vous servant du tableau. Pour gagner du temps, vous ne ferez figurer qu'un point sur trois (temps 0 s, 0,06 s, 0,12 s etc.)

f) Le modèle de F utilisé est-il correct avec la valeur limite de la vitesse ? Est-il correct de façon générale ?

g) Que pourrait-on modifier dans le calcul pour avoir encore une plus grande précision ?

Exercice de physique



	méthode d'Euler	
temps t (s)	vz (m/s)	dvz/dt (m/s2)
0	0	5,04
0,02	0,1008	5,006063462
0,04	0,200921269	4,90516635
0,06	0,299024596	4,741351531
0,08	0,393851627	4,521902193
0,1	0,484289671	4,25664814
0,12	0,569422634	3,957031267
0,14	0,648563259	3,635081436
0,16	0,721264888	3,302455053
0,18	0,787313989	2,969656522
0,2	0,846707119	2,645510762
0,22	0,899617334	2,336900097
0,24	0,946355336	2,048734669
0,26	0,98733003	1,784099238
0,28	1,023012014	1,544511037
0,3	1,053902235	1,330228863
0,32	1,080506812	1,140566795
0,34	1,103318148	0,974181473
0,36	1,122801778	0,829316001
0,38	1,139388098	0,703994507
0,4	1,153467988	0,596168747
0,42	1,165391363	0,503822324
0,44	1,175467809	0,425039934
0,46	1,183968608	0,35804924
0,48	1,191129593	0,301242379
0,5	1,19715444	0,253182961
0,52	1,2022181	0,212603281
0,54	1,206470165	0,178395333
0,56	1,210038072	0,149598268
0,58	1,213030037	0,12538415
0,6	1,21553772	0,105043289
0,62	1,217638586	0,087969955
0,64	1,219397985	0,07364897
0,66	1,220870965	0,061643454
0,68	1,222103834	0,051583815
0,7	1,22313551	0,043158012
0,72	1,22399867	0,036103034