

TP de physique : chute avec frottements (2)

I Buts du TP

- Résoudre l'équation différentielle de la vitesse d'une bille en chute dans un fluide visqueux avec une méthode numérique itérative (méthode d'Euler).
- Trouver une modélisation adéquate de l'expression de la force de frottements fluides : trouver λ et n .

II Résolution de l'équation différentielle par la méthode d'Euler

1 Mise en place de l'équation différentielle

Le système étudié est un objet de densité 1,66 (masse $m = 3,51$ g) qui effectue une chute verticale dans un liquide, mélange de liquide vaisselle et d'eau et de glycérol dont la densité vaut 1,24. L'intensité de la pesanteur g vaut $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$. Quelles sont les forces exercées sur l'objet ? On admettra que le fluide, quand l'objet est en mouvement, exerce sur lui, à chaque instant, une force de frottement fluide d'intensité égale à $\lambda * v_G^n$ (où λ et n sont des constantes et v_G la valeur de la vitesse du centre d'inertie de l'objet) et de sens contraire au vecteur vitesse du centre d'inertie.

(*) Représenter ces forces. Etablir l'équation différentielle vérifiée par le vecteur \vec{v}_G . En déduire une équation différentielle vérifiée par v_G , coordonnée selon l'axe vertical orienté vers le bas du vecteur \vec{v}_G . La bille est lâchée sans vitesse initiale.

2 Visualisation du graphique $v_G = f(t)$

Ouvrir Aviméca dont un raccourci se trouve dans Meca-Astro sur le bureau.

Fichier

Ouvrir clip vidéo

(Dans le bureau, méca-astro, vidéos chute ou suivre le chemin d'accès donné par le professeur) :

d = 1,24 web / Versions DivX / d = 1,24 m = 3,51 g

Ouvrir

Visualiser le clip : lecture en bas à gauche.

Revenir à la première image (boutons en bas)

Modifier la taille de l'image à 200% afin d'avoir un pointage plus précis (barre des icônes)

Choix du repère d'espace :

Positionner les axes avec l'axe des x vers la droite et l'axe des y vers le bas en mettant l'origine sur la position initiale du haut de l'objet ou sur la partie colorée.

Rentrer l'échelle.

Choix du repère de temps :

Dans mesure, passer d'une image à l'autre en cliquant pour l'instant n'importe où pour trouver l'image correspondant au début de chute (c'est la 16ème normalement), effacer alors le tableau qui s'est rempli à droite (bouton en bas à droite) et spécifier l'origine des dates en choisissant image 16 en bas du tableau de mesure.

Pointage :

Se positionner dans le tableau à $t = 0$ s.

Etre très précis lors du pointage (changer la cible en petite noire par exemple : une des icônes du haut) : cliquer sur le haut de l'objet ou sa partie colorée comme vous l'avez choisi.

S'arrêter juste avant que l'objet ne touche le bas de l'éprouvette !

Renvoi vers openoffice calc :

Icône presse papier (PP) celle de gauche dans la barre des icônes (les données sont collées dans le presse papier)

Ouvrir Open office : openoffice calc / Edit / collage spécial : les données apparaissent dans un tableau du tableur d'Openoffice.

Création de la variable $v_y (= v(t))$

En colonne D, quelle formule allez-vous rentrer en D5 afin d'obtenir la vitesse instantanée ? Puis tirer l'ascenseur jusqu'à l'avant dernière ligne (pourquoi ?). Remplissez D4 (valeur ?).

Avec la souris, sélectionner les cases remplies de façon numérique de la colonne temps (et pas toute la colonne sinon l'ordi ne comprend pas) ainsi (touche control enfoncée) que les cases de la colonne v_y correspondantes. Puis insertion/diagramme/choisir graphique sous la forme de points, reliés entre eux, indiquer nom des axes etc, créer le graphique et le placer en colonne HIJKL, commenter.

Pour que tout le monde ait les mêmes valeurs, (chemin d'accès au tableau), ouvrir le fichier euler vierge et recommencer pour avoir le graphique donnant v_y en fonction du temps.

Que vaut v_{lim} ?

3 Approche de la solution de l'équation différentielle

a Calculs préliminaires

Rappel : la méthode d'Euler est utilisable en connaissant :

(* 1) la relation d'Euler donnant v_{i+1} en fonction de $v_i = v_G(t=t_i)$ et de $\left(\frac{dv_G}{dt}\right)_{t=t_i} = a_i$. Rappelez la. On prend un pas de 1/20 s.

(* 2) Une équation reliant $v_i = v_G(t=t_i)$ et la dérivée $\left(\frac{dv_G}{dt}\right)_{t=t_i} = a_i$. Laquelle est-ce ? Pourquoi ne la connaît-on pas en entier ?

(* Obtention de λ : montrer que pour satisfaire à la vitesse limite v_{lim} , λ doit vérifier (n étant fixé) : $\lambda = \frac{A}{(v_{lim})^n}$. On exprimera A en fonction du volume de l'objet, de sa densité, de g, de la densité du fluide et de la masse volumique de l'eau.

(* Donner alors l'expression de $\frac{dv_G}{dt}$ en fonction des mêmes paramètres et de v_G et v_{lim} et n.

Que vaut v_{lim} ? Montrer alors que $\frac{dv_G}{dt} = 2,482 \times \left(1 - \left(\frac{v_G}{0,432}\right)^n\right)$ avec les unités du SI.

Ecrire cette équation au temps t_i en utilisant les notations a_i et v_i .

b Obtention des premières valeurs

Dans le cas où n=1, remplir le tableau suivant :

t_i (s)	v_i (m.s ⁻¹)	a_i (m.s ⁻²)
0		
0+1/20 =		

On pourrait continuer. Pour aller plus vite, on va utiliser le tableur.

c Utilisation du tableur

Compléter la feuille de calcul d'Openoffice comme suit (respecter les colonnes) :

	E	F	G
1	Résolution par Euler		
2	Temps t	Vitesse v (= v _v)	Accélération a (=a _v)
3	Unité : s	Unité : m/s	Unité : m/s ²
4	0	0	
5	=E4+1/20		

Justifier le remplissage de E5. Tirer la colonne E jusqu'au temps de fin de chute.

Quelle valeur faut-il rentrer dans G4 ?

Quelle expression (n'oubliez pas le signe « = ») doit-on rentrer dans F5 ?

Quelle expression doit-on rentrer dans G5 ? Même si dans ce premier exemple n=1, inscrivez l'exposant 1 (au moyen de l'accent circonflexe : '^1')

Sélectionner alors **simultanément** les cases F5 et G5 et tirer **simultanément** jusqu'au temps final.

Pour obtenir le graphique à la fois des résultats expérimentaux et de la résolution par la méthode d'Euler, faites comme suit : Sélectionner les cases numériques de la colonne A. En appuyant sur ctrl, sélectionner les cases correspondantes de la colonne D et les cases correspondantes de la colonne F.

Puis Insertion, diagramme, suivant, ... choisir une représentation en « nuage de points » reliés entre eux en indiquant des titres au diagramme et aux axes (sélectionner titre axe x et titre axe Y). Créer le diagramme. Le placer en dessous du tableau.

La modélisation est-elle bonne ? Retrouve-t-on le temps caractéristique notamment ? (la vitesse limite est retrouvée puisque le paramètre λ a été ajusté afin d'obtenir cette vitesse limite).

d Autres modélisations

On peut changer très facilement le paramètre n.

Cliquer dans la case G5 et changer l'exposant 1 en un exposant 2. Sélectionner alors simultanément les cases F5 et G5 et tirer simultanément jusqu'au temps final. Le nouveau diagramme apparaît en temps réel.

Cette nouvelle modélisation est-elle meilleure que la précédente ? Recommencer avec n = 0,4.

Trouver un coefficient n qui permette une bonne modélisation globale (on s'arrêtera à un chiffre ou deux après la virgule pour n). Est-on parvenu à modéliser correctement la force de frottements fluides ?

e Conclusion

Que vaut lambda ? Que vaut n ?