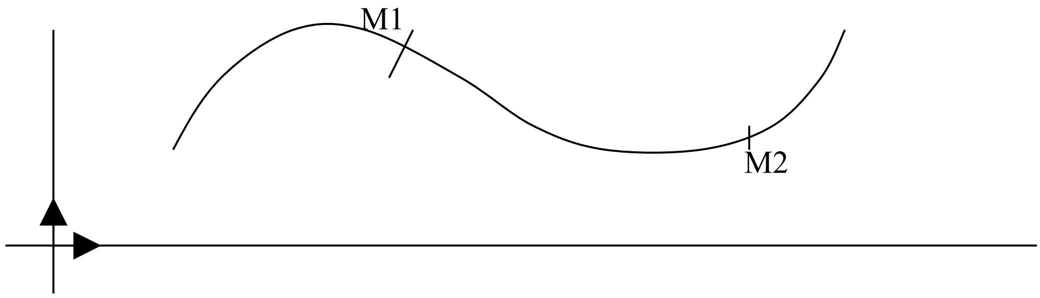
IV Mouvement des satellites et des planètes

1) De nouveaux outils de cinématique

a) Repère de Frenet

Les mouvements seront toujours plans.



Position du mobile M par rapport au point O fixe, origine du repère donnée par les coordonnées du vecteur position OM :

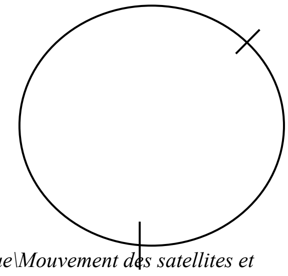
	Repère cartésien / base cartésienne	Repère de Frenet / base de Frenet
repère	Fixe : Origine O fixe dans le temps 2 vecteurs de base (mvt plan) fixes, indépendants du temps	M…….. Origine mobile, confondue à chaque temps t avec Deux vecteurs de base mobiles :
Vecteur vitesse	Vitesse	Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire donc :
Vecteur accélaration		

b) Cas particulier du mouvement circulaire uniforme

Définition : - trajectoire :
- vitesse

Dans le repère cartésien, les vecteurs vitesse et accélération ont des coordonnées dépendant du temps assez compliquées.
Dans le repère de Frenet, bien que les vecteurs de base dépendent du temps, les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération sont simples :

Particularité du vecteur accélération dans ce cas de mouvement rectiligne uniforme (déjà visualisée lors de la construction de vecteurs accélération) :



c) De nouveaux référentiels

Le référentiel terrestre (solide de référence = Terre) ne peut plus être assimilé galiléen pour les durées correspondant aux mouvements des astres : les première et deuxième lois de Newton ne seraient plus valides.

Le référentiel héliocentrique
Le solide de référence est imaginaire : il serait composé du centre du Soleil et de trois bras dirigés vers trois étoiles très lointaines et considérées comme fixes.
Le repère cartésien qu'on lui associe généralement a les caractéristiques suivantes :
Origine : le centre du Soleil
Axes : passant par le centre du Soleil et dirigés vers les trois étoiles fixes

Le référentiel géocentrique (et par extension « planètocentrique »)
Le solide de référence est imaginaire : il serait composé du centre de la Terre et de trois bras dirigés vers trois étoiles très lointaines et considérées comme fixes qui sont les mêmes que celles du repère héliocentrique.
Le repère cartésien qu'on lui associe généralement a les caractéristiques suivantes :
Origine : le centre du Soleil
Axes : passant par le centre du Soleil et dirigés vers les trois étoiles fixes

Le référentiel héliocentrique peut être assimilé galiléen pour des durées comme celles du mouvement de révolution des planètes autour du Soleil. Le référentiel géocentrique peut être assimilé galiléen pour des durées comme celles du mouvement de révolution des satellites autour de la Terre.

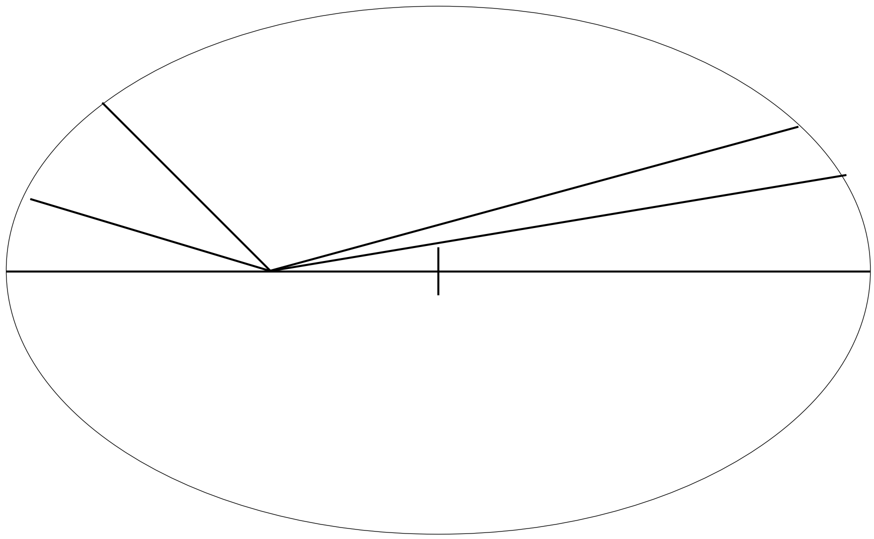
Attention à ne pas confondre le mouvement de révolution et le mouvement de rotation propre et attention à bien définir ces deux mouvements. En particulier, qui dit mouvement, dit système et choix d'un référentiel qu'il faut préciser à chaque fois !
Prenons l'exemple de la Terre.
Le centre de la Terre est immobile dans le référentiel terrestre et dans le référentiel géocentrique
Mais il est animé d'un mouvement de révolution autour du Soleil dans le référentiel héliocentrique dont la durée est appelée année tropique égale à 365,25 jours solaires .
La Terre est immobile dans le référentiel terrestre . Mais elle est animée d'un mouvement de rotation propre dans le référentiel géocentrique qui n'est pas entraîné par la rotation journalière de la planète. La durée d'une rotation propre dans le référentiel géocentrique s'appelle jour sidéral . Un jour sidéral =
Il ne faut pas confondre cette durée avec le jour solaire correspondant à la durée séparant 2 passages successifs du Soleil au méridien d'un même lieu sur Terre. Un jour solaire = .
Comment retrouver la valeur du jour sidéral ?

Remarques : - le jour solaire correspond à la durée de révolution du centre du Soleil autour du centre de la Terre dans le référentiel terrestre

- l'année tropique correspond à la durée de révolution du centre du Soleil autour du centre de la Terre dans le référentiel géocentrique.

2) Les trois lois de Képler

Képler, après des années de travail, énonce trois lois empiriques sur le mouvement des planètes dans le référentiel héliocentriques, d'après les relevés nombreux et précis de son maître Tycho Brahé, célèbre astronome danois du XVIIème siècle.



a) Première loi ou loi des orbites

Un cas particulier de trajectoire elliptique :

b) Deuxième loi ou loi des aires

Conséquence :

Cas particulier de la trajectoire circulaire :

c) Troisième loi ou loi des périodes

Cas particulier de la trajectoire circulaire :

Application :

La Terre tourne à une distance $R_{Terre} = 1,50.\ 10^8$ km du Soleil. Jupiter a une période de révolution de $37,4.10^7$ s. En déduire le demi grand axe de l'ellipse de Jupiter autour du Soleil.

3) Application de la 2ème loi de Newton aux planètes

Prenons comme système la planète Mars de masse m_{Mars}. Le référentiel d'étude est le référentiel héliocentrique assimilé galiléen.

a) Equation à résoudre pour le mouvement

La système est soumis de aux forces extérieures suivantes :

- Force exercée par le Soleil sur Mars notée
- Force exercée par la Terre sur Mars notée
- Force exercée par Vénus sur Mars notée etc.

La force $\overrightarrow{F_{Soleil/Mars}}$ a une intensité bien plus grande que les autres de sorte que toutes les autres sont négligeables et peuvent être omises en première approximation pour l'étude du mouvement de Mars.

$\overrightarrow{F_{Soleil/Mars}}$: direction : droite joignant les centres de masse du Soleil S et de Mars M,

sens : du centre de Mars M vers le centre du Soleil S .

intensité : $F_{Soleil/Mars} = G\dfrac{m_M \times m_S}{{d_{SM}}^2}$

point d'application : centre de Mars.

Ceci est vrai car Mars et le Soleil sont des solides à symétrie sphérique et que d_{SM} est grande devant la taille du rayon des deux astres (approximation des points matériels).

La force $\overrightarrow{F_{Soleil/Mars}}$ peut se mettre sous forme vectorielle en utilisant **un vecteur noté** $\overrightarrow{u_{S/M}}$ qui, **par convention d'écriture** a les caractéristiques suivantes : direction : droite (SM)
Sens : de S vers M
norme : 1 (vecteur unitaire $\left\|\overrightarrow{u_{S/M}}\right\| = 1$)

$\overrightarrow{F_{Soleil/Mars}} =$

La deuxième loi de Newton s'écrit donc, pour Mars, de la manière suivante :

Soit : (équation (1))

La vecteur $\overrightarrow{a_G}$ a les propriétés suivantes :

- Direction et sens :
- Norme :

b) Une solution particulière

L'équation (1), en choisissant un repère, peut être résolue mathématiquement dans le cas général. Le mouvement trouvé correspond exactement aux résultats énoncés par Képler : la trajectoire de Mars est elliptique, le Soleil est un des foyers, la loi des aires et la loi des périodes sont vérifiées.

Montrons que le mouvement circulaire autour du centre du Soleil est une solution de l'équation (1) en démontrant que ce mouvement est alors forcément uniforme et qu'il faut prendre obligatoirement une vitesse v reliée à d_{SM} par $v = \sqrt{\dfrac{G \times m_S}{d_{SM}}}$, avec les unités du SI.

Etape 1 : le vecteur accélération de Mars s'écrit dans la base de Frênet de la façon suivante dans le cas général :

Etape 2 : Le mouvement solution à vérifier est circulaire de centre le centre du Soleil S donc

Etape 3 : identification

Etape 4 : Et donc nature du mouvement et expression obligatoire pour v

Le mouvement proposé est donc bien solution de l'équation (1) qui découle de l'application de la deuxième loi de Newton à la planète. Il faut savoir redémontrer la formule donnant la vitesse.

c) Troisième loi de Képler

Retrouvons la 3ème loi de Képler dans ce cas particulier de mouvement circulaire uniforme de centre le centre du Soleil.

Etape 1 : le mouvement étant circulaire et uniforme, en appelant T_{Mars} la période de ce mouvement, on peut écrire que la distance parcourue en une période T_{Mars} vaut :

Etape 2 : on en déduit une expression de v

Etape 3 : reprendre l'expression de v en fonction de G, m_S et d_{SM} (généralement redémontrée à la question d'avant)

Etape 4 : mettre les deux expressions de v précédentes au carré et les identifier

Etape 5 : arranger convenablement pour retrouver la troisième loi de Képler dans le cas du mouvement circulaire uniforme autour du Soleil.

> Dans cette expression, le terme $\frac{4\pi^2}{G \times m_S}$ ne dépend pas de la planète étudiée. Ainsi, quelle que soit la planète en mouvement circulaire uniforme autour du Soleil, on a
> $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times m_S} = cste$ *ne dépendant que de m_S*, avec T : période de révolution du centre de la planète et R :rayon de la trajectoire de cette planète.

Remarque : connaissant plusieurs couples (T, R), en traçant $T^2 = f(R^3)$, on peut trouver la masse m_S du Soleil a partir du coefficient directeur de la droite obtenue.

4) Cas des satellites

a) Généralités

Tout ce qui a été fait précédemment sur les planètes dans le référentiel héliocentrique est valable pour les satellites d'une planète dans le référentiel « planètocentrique » correspondant.

Ainsi, dans le référentiel géocentrique, en ne prenant en compte que la force exercée par la Terre sur le satellite Sat, en notant $\overrightarrow{a_G}$ le vecteur accélération du centre d'inertie du satellite, on a

$$\overrightarrow{a_G}(t) = -G\frac{m_{Terre}}{d_{SatT}^{\ 2}(t)}.\overrightarrow{u_{TSat}}(t) \qquad \text{(équation 2)}$$

Cette équation est indépendante de la masse du satellite.

La résolution de cette équation dérivant de la 2ème loi de Newton donne, dans le cas général, un mouvement répondant aux trois lois de Képler. Adaptées aux satellites terrestres, celles-ci s'énoncent comme suit :

1ère loi de Képler adaptée : Dans e référentiel géocentrique, la trajectoire du centre d'un satellite est une ellipse dont le centre de la Terre est un des foyers

2ème loi de Képler adaptée : le rayon vecteur TS (centre terre – centre satellite) balaye des aires égales pendant des durées égales.

3ème loi de Képler adaptée : le rapport du carré de la période de révolution du centre d'un satellite autour de de la Terre par le cube du ½ grand axe de l'ellipse est constant.

Le cas particulier d'un mouvement circulaire uniforme autour du centre de la Terre est une solution particulière de l'équation 2, ka vitesse v constante étant reliée au rayon R = d_{SatT} constant par $v = \sqrt{\frac{G \times m_T}{d_{SatT}}}$.

La période de révolution T est alors reliée à R par $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times m_T}$ = cste ne dépendant que de m_T et pas du satellite considéré.

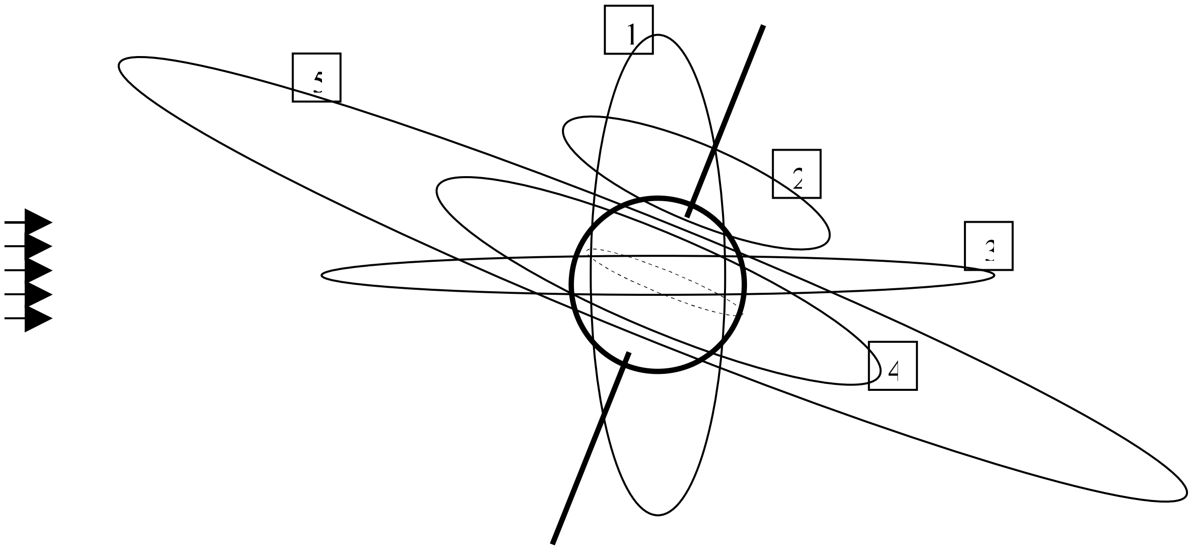
b) Cas particulier des satellites géostationnaires

Définition

Un satellite est dit géostationnaire s'il est en permanence à la verticale d'un même lieu de la surface terrestre.

Propriétés

Un satellite géostationnaire a de nombreuses propriétés.



SOLEIL

On rappelle que le plan de l'écliptique est le plan de révolution du centre de la Terre autour du Soleil.

La trajectoire n°1 serait celle d'un satellite ayant une trajectoire circulaire dans un plan perpendiculaire à l'écliptique.
La trajectoire n°2 serait celle d'un satellite ayant une trajectoire circulaire toujours à la verticale de Paris.
La trajectoire n°3 serait celle d'un satellite ayant une trajectoire circulaire dans le plan de l'écliptique.
Les trajectoires n°4 et 5 seraient celles d'un satellite ayant une trajectoire circulaire dans le plan équatorial terrestre.

1) D'après la définition du terme « géostationnaire », quelles sont les éventuelles trajectoires à éliminer ?
2) Rappeler la 1ère loi de Képler en l'adaptant à un satellite de la Terre. En déduire les éventuelles trajectoires à éliminer.
3) Rappeler la 2ème loi de Képler en l'adaptant à un satellite de la Terre. Un satellite géostationnaire pourrait-il avoir une trajectoire qui ne soit pas un cercle ?

En déduire les éventuelles trajectoires à éliminer.

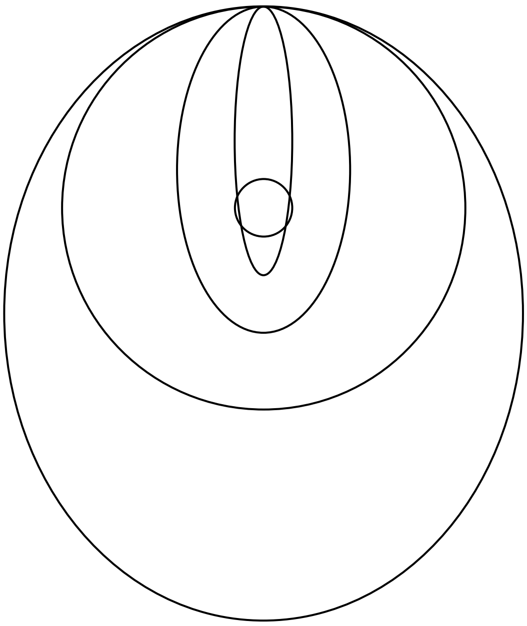
4) Rappeler la 3ème loi de Képler en l'adaptant à un satellite de la Terre.
Quelle est la période d'un satellite géostationnaire autour de la Terre dans le référentiel terrestre ? Plusieurs altitudes sont-elles possibles ? Calculer le seul rayon possible. En déduire l'altitude d'un satellite géostationnaire. Données : $m_{Terre} = 5{,}98.10^{24}$ kg ; R_{Terre}=6380 km ; G = $6{,}67.10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$. Quelle est **l'unique** trajectoire possible pour un satellite géostationnaire ?

Conclusions (savoir retrouver ces conclusions):

Les satellites géostationnaires sont utiles pour la météo puisque ce sont les seuls à pouvoir photographier, en permanence, le même lieu sur Terre. Leurs places, sur leur unique cercle spatiale, sont maintenant très convoitées (il n'y a d'ailleurs plus beaucoup de libres pour les nouveaux pays qui pourraient s'offrir une mise sur orbite de l'un de ces satellites). La Russie en détient le plus grand nombre, elle a été la première à en placer à une époque où on se souciait encore peu de l'appartenance de l'espace aux différents pays. Elle en possède d'ailleurs plusieurs du côté des Amériques pour des missions de surveillance-espionnage (vestiges de la guerre froide). Les satellites géostationnaires, en plus de la météo, sont utilisés dans le domaine des communications.

c) Lancement d'un satellite

Une fusée peut quitter la Terre avec à son bord un satellite à placer en orbite. Arrivée au point F à une distance R du centre O de la Terre, elle largue le satellite dans l'espace.



Si elle ne lui donne aucune impulsion au départ, c'est-à-dire si le satellite est lâché sans vitesse initiale dans le référentiel géocentrique, quelle trajectoire adopte-t-il ?

Si elle lui transmet une vitesse initiale, perpendiculaire à OF, égale à $v_{cercle} = \sqrt{\frac{G.m_{Terre}}{R}}$, la trajectoire est …………….

Si elle lui transmet une vitesse v telle que $0<v<v_{cercle}$, la trajectoire est une ellipse dont O est un foyer et dont le point F est l'apogée.

Si la vitesse est vraiment trop faible, l'ellipse est telle que le satellite va se scratcher.

Si elle lui transmet une vitesse v telle que $v_{cercle}<v<2^{0,5}*v_{cercle}$, la trajectoire est une ellipse dont O est un foyer et dont le point F est le périgée.

Si elle lui transmet une vitesse v telle que $2^{0,5}*v_{cercle}<v$, le satellite quitte l'attraction terrestre et sa trajectoire devient un arc d'hyperbole.

Rappelons que dans tous les cas, la trajectoire est indépendante de la masse du satellite.

V Notion d'impesanteur

En ne prenant en compte que l'attraction gravitationnelle de la Terre, nous avons vu que la masse disparaissait dans la deuxième loi de Newton pour les mouvements de chute libre : le mouvement d'un objet en chute libre est indépendant de sa masse. Rappelons ces mouvements : mouvement d'une balle lancée verticalement ou dans n'importe quelle direction avec une quelconque vitesse initiale, mouvement d'objet comme les satellites autour de la Terre.

Imaginons un avion en mouvement de chute libre dans le référentiel terrestre, assimilé galiléen pour la durée de l'expérience, avec à son bord un passager tenant une orange. Quand l'orange est lâchée par le passager à la date t, sans vitesse par rapport à l'avion, le centre d'inertie de l'orange décrit une trajectoire qui sera la même que celle du ………… ……………………………………………… car :

-

-

De même pour le passager. Passager et orange vont ainsi être immobile par rapport à …………………….. : ils « flottent » à l'intérieur de l'appareil. Ils sont en état d'impesanteur. ATTENTION, cela ne veut pas dire qu'ils ne subissent plus l'attraction gravitationnelle terrestre, bien au contraire.

Imaginons maintenant un satellite (une station spatiale) en mouvement elliptique dans le référentiel géocentrique assimilé galiléen avec un astronaute à l'extérieur se tenant à une de des échelles de la station. Quand l'astronaute décide de lâcher sa main de l'échelle sans se donner de vitesse par rapport à la station spatiale, il reste immobile par rapport à la station. Pourquoi ? Son immobilité visible sur les photographies provient-elle de l'absence de force s'exerçant sur lui (absence de force due à son éloignement trop important de la Terre) ?